



Universität Augsburg
Prof. Dr. Hans Ulrich Buhl
Kernkompetenzzentrum
Finanz- & Informationsmanagement
Lehrstuhl für BWL, Wirtschaftsinformatik,
Informations- & Finanzmanagement

UNIA
Universität
Augsburg
University

Diskussionspapier WI-212

Zum Einfluss der Zinsbindung auf die Gestaltung der optimalen Altersvorsorgestrategie

von

Christian Bock¹, Hans Ulrich Buhl, Michael Eberhardt², Markus Mederer

Dezember 2007

angenommener Beitrag für: Multikonferenz Wirtschaftsinformatik (MKWI) 2008,
München, Februar 2008, 2008

in: Banking and Information Technology, 9, 1, 2008, S. 57-72

¹ Schottel Suzhou Propulsion Co., Ltd.,
147 Hua Shan Road, VRC-215011 Suzhou

² Arthur D. Little GmbH, Financial Services Group,
Leopoldstrasse 11a, 80802 München

Zum Einfluss der Zinsbindung auf die Gestaltung der optimalen Altersvorsorgestrategie

Christian Bock¹⁺, Hans Ulrich Buhl², Michael Eberhardt³⁺, Markus Mederer²

¹ Schottel Suzhou Propulsion Co., Ltd.
147 Hua Shan Road
VRC-215011 Suzhou

² Kernkompetenzzentrum IT & Finanzdienstleistungen und
Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, Wirtschaftsinformatik und Financial Engineering
Universität Augsburg
Universitätsstrasse 16
D-86135 Augsburg

³ Arthur D. Little GmbH
Financial Services Group
Leopoldstrasse 11a
D-80802 München

mail@christian-bock.de
hans-ulrich.buhl@wiwi.uni-augsburg.de
eberhardt.michael@adlittle.com
markus.mederer@wiwi.uni-augsburg.de

⁺ Christian Bock war zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Arbeit Diplomand,
Dr. Michael Eberhardt war wissenschaftlicher Mitarbeiter am Kernkompetenzzentrum
IT & Finanzdienstleistungen und am Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, Wirtschafts-
informatik und Financial Engineering, Universität Augsburg.

Zum Einfluss der Zinsbindung auf die Gestaltung der optimalen Altersvorsorgestrategie

Abstract: Mit der Novellierung der Rentenbesteuerung ergibt sich eine Vorteilhaftigkeit geförderter Produkte zur Altersvorsorge gegenüber vergleichbaren laufzeit- und risikoidentischen ungeforderten Produkten. Angesichts der aktuellen Zinssituation stellt sich jedoch die Frage, ob bereits heute eine langfristige Bindung vorteilhaft ist, oder ob bei Erwartung steigender Zinsen zunächst in kurzfristige ungeforderte Anlagen investiert werden sollte. Der Beitrag untersucht, unter welchen Bedingungen eine solche sog. gemischte Strategie vorteilhaft sein kann. Es zeigt sich, dass in relativ niedrigen Zinssituationen wie derzeit gemischte Strategien vorteilhaft sein können. Durch die mit gemischten Strategien verbundene Ungewissheit bzgl. der tatsächlichen Zinsentwicklung sind diese jedoch in einer Rendite-/Risikobetrachtung nie dominant.

1. Einleitung und Motivation

„Der lukrativste Weg zum wohlverdienten Ruhestand“¹, „Rürup-Rente – neue Ära der Altersvorsorge“². So und ähnlich werben Anbieter und Vermittler von Produkten zur privaten, staatlich geförderten Altersvorsorge um Kunden. Gleichzeitig wurde z. B. im Fall der Basisrente mit Aussagen wie „Die Rürup-Rente ist ein Rohrkrepierer“³ schon vor ihrer Einführung Unsicherheit unter den Sparern geschürt, die um ihre Einkünfte im Alter besorgt sind. Und auch ein Jahr nach den jüngsten Novellierungen der Rentenbesteuerung durch das Alterseinkünftegesetz waren weite Teile der Bevölkerung nur unzureichend über die Fördermöglichkeiten in der privaten Altersvorsorge informiert⁴.

Neben situativ subjektiven Beweggründen – die in der privaten Finanzplanung grundsätzlich einen Unsicherheitsfaktor darstellen [Farkas-Richling / Staab 2003, S. 44, Kruschew 1999, S. 40] – können vor allem die individuellen Parameter eines Anlegers wie z. B. Geburtsjahr, Einkommen und Familienstand bzw. die Steuersituation über die Vorteilhaftigkeit von Produkten für die private Altersvorsorge im Einzelfall entscheiden [Bartlitz 2005, Fischer / Hoberg 2005, zu den steuerlichen Regelungen Preißer / Sieben 2005, Geiermann / Manderfeld 2004].

¹ Vgl. <http://www.cosmosdirekt.de>, unter Altersvorsorge/Riester-Rente im Überblick, 01.05.07.

² Vgl. https://www.commerzbank.de/journal/vorsorge/ruerup2005/ruerup2005_1.html, 01.05.07.

³ Vgl. FAZ vom 09.11.04, Nr. 262, Seite 23: „Die Rürup-Rente ist ein Rohrkrepierer“.

⁴ Vgl. Pressemitteilung der MLP AG vom 05.12.05, abrufbar unter <http://www.mlp.de>, 01.05.07.

Darüber hinaus haben Produkteigenschaften wie die Auszahlungsflexibilität [Egeler 2003, S. 33ff], aber auch Marktfaktoren wie die allgemeine Zinsentwicklung, einen Einfluss auf diese tendenziell langfristig ausgelegte Anlageentscheidung. Für einen im Bereich der Altersvorsorgeberatung tätigen Finanzdienstleister bzw. -berater sollte somit neben einem Kundenmodell zur Erfassung der genannten kundenindividuellen Parameter ein Marktmodell zur Berücksichtigung dieser Spezifika existieren. Abbildung 1 veranschaulicht die verschiedenen Einflussfaktoren im Altersvorsorgeberatungskontext.

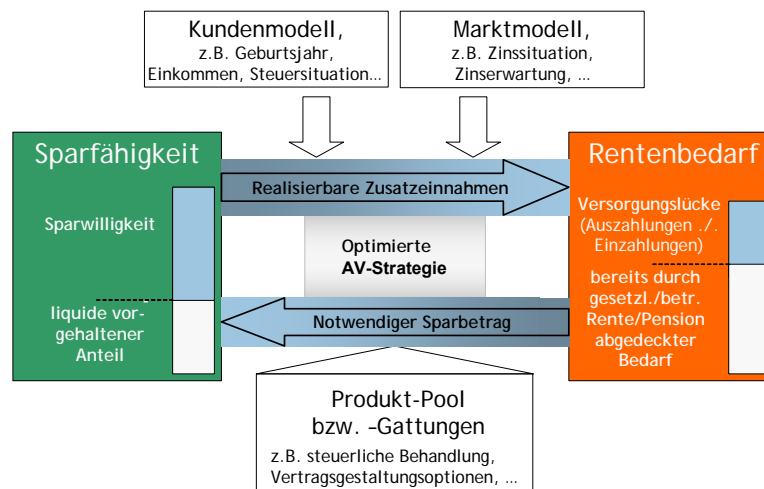


Abbildung 1: Kundenmodell und Marktmodell mit Einflussfaktoren auf die optimierte Altersvorsorgestrategie

Insbesondere das derzeitige Zinsniveau als Komponente des Marktmodells rückt mit den Entscheidungen der Europäischen Zentralbank, den Mindestbietungssatz der Hauptrefinanzierungsgeschäfte seit Ende 2005 um je 25 Basispunkte auf nunmehr 4,00% zu erhöhen, wieder in den Mittelpunkt des Interesses. Dieser Leitzinssatz hatte vorher seit Juni 2003 für alle Länder der Euro-Zone mit 2,0% unverändert auf dem niedrigsten Stand der Nachkriegszeit verharrt.

Bei der Beratung eines Kunden sollte daher nicht nur die Frage nach einem Produkt, das der persönlichen Situation des Kunden angemessen ist, sondern auch die allgemeine Frage nach dem optimalen Zeitpunkt des Vertragsabschlusses bzgl. des damit zu erwartenden Zinssatzes beantwortet werden. Investiert ein Sparer z. B. in der derzeit (noch) vorherrschenden Niedrigzinssituation ihm zur Verfügung stehende Sparbeträge in Form periodisch regelmäßiger Zahlungen – oder dazu äquivalent als Folge periodischer Einmalzahlungen – in einen langfristig gebundenen Vertrag zur geförderten Altersvorsorge, so kann er unmittelbar die staatliche Förderung⁵ der Beiträge nutzen.

⁵ Die Förderung kann produktspezifisch z. B. in Form von Steuergutschriften über Sonderausgabenabzüge erfolgen. Generell ist – unabhängig von der Förderhöhe – der Zinssatz nach Förderung bzw. Steuern und Sozialabgaben eines geförderten Altersvorsorgeprodukts höher als der eines vergleichbar ungeförderten.

Jedoch kann er auch über die gesamte Laufzeit nur eine der heutigen Zinssituation entsprechende niedrige Verzinsung erwarten⁶. Dabei ist aber gerade der Zinssatz aufgrund der langen Ansparzeiträume neben anderen Faktoren wie der Laufzeit und der Sparrate der zentrale Einflussfaktor auf die Höhe der Rente im Alter.

Zur Beantwortung der Fragestellung nach dem optimalen Zeitpunkt des Vertragsabschlusses und des damit verbundenen Zinsniveaus bedarf es zunächst unabhängig von der Form der Beitragszahlung (laufende Zahlungen oder Einmalzahlung) einer Erwartung bzgl. der Zinsentwicklung – zumindest bis zum Wechsel in eine langfristige bzw. geförderte Anlageform und der damit verbundenen Festschreibung der Zinsen. Liegt eine derartige Erwartung vor, bzw. kann sie gemeinsam mit dem Kunden ermittelt werden, so lässt sich die Flexibilität, die durch das Hinauszögern des Abschlusses des geförderten Altersvorsorgevertrags erreicht wird, gegenüber dem verlorenen Fördervorteil für den Zeitraum des Abwartens quantifizieren. Beispielhaft ergibt die einmalige Anlage eines Betrags von 1.000 Euro zu einem Zinssatz von 3,0% nach Kosten und Steuern für 30 Jahre einen Endwert von $1.000 \text{ EUR} * (1 + 0,03)^{30} = 2.427,26 \text{ EUR}$. Kann die Anlage dagegen um ein Jahr verzögert werden und steigt in diesem Jahr der langfristige Zinssatz nach Kosten und Steuern auf 3,5%, so ergibt sich bereits $1.000 \text{ EUR} * (1 + 0,035)^{29} = 2.711,88 \text{ EUR}$ (wobei für den Zeitraum des Wartens eine Verzinsung von 0% unterstellt wurde). Der Sparer erreicht durch das Hinauszögern der Einmalanlage einen um 284,62 EUR (+11,73%) höheren Nettoendwert, der sich auch in einer entsprechend höheren Rente widerspiegelt.

Dabei setzt sich der Anleger allerdings für den Zeitraum des Abwartens der Ungewissheit⁷ der Zinsentwicklung aus. Dies gilt vor allem dann, wenn dieser Zeitraum einen Großteil des gesamten Planungshorizonts einnimmt, d. h. der Wechsel erst gegen Laufzeitende erfolgt. Denn entwickeln sich die Zinssätze nicht wie erwartet, kann dies im Gegensatz zum vorherigen Beispiel auch zu einem für den Anleger nachteiligen Ergebnis führen.

⁶ Dies gilt zunächst nur unter der Annahme, dass von den derzeitigen Beitragstableaus mit den jeweils erwarteten Renten ausgegangen wird. Versicherer sind jedoch aufgrund des Versicherungsaufsichtsgesetzes verpflichtet, den Versicherungsnehmer angemessen am Überschuss des Versicherungsunternehmens zu beteiligen, sofern der Vertrag einen Anspruch auf Überschussbeteiligung vorsieht. Das im Modell betrachtete Szenario steigender Zinsen dürfte deshalb auch wieder zu steigenden Überschüssen führen. Somit ergibt sich eine über die derzeitigen Berechnungen hinausgehende Rendite. Dabei kann jedoch davon ausgegangen werden, dass diese Überschüsse nur unterproportional an die Kunden weiter gegeben werden, da sich in den Beständen der Versicherer auch Verträge mit vormals höheren Garantiezinsen finden. Diesem gesetzlich verankerten Garantiezins kann aber eine entscheidende Bedeutung zukommen: Mit steigenden Zinsen ist auch wieder mit einer Anhebung des Garantiezinses, der derzeit bei 2,25% liegt, zu rechnen. Wird nach einer Anhebung des Garantiezinses ein Altersvorsorgevertrag abgeschlossen, für den eine Verzinsung langfristig garantiert wird, so hat sich der Anleger zunächst dieses höhere Zinsniveau gesichert. Hat ein Anleger solch einen Vertrag mit hohem Garantiezins, darf er aber trotz der höheren Kosten für den Versicherer bei der Überschussbeteiligung nicht benachteiligt werden. Aufgrund des Eingriffs der Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht sind damit Verträge mit hohem Garantiezins aus Kundensicht immer höher zu bewerten als solche mit niedrigem. Deshalb erscheint diese Annahme gerechtfertigt.

⁷ Da bzgl. der Zinsentwicklung keine Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können [Junius / Wächter / Zimmermann 2004], wird nachfolgend bzgl. der Zinsentwicklung von einer Ungewissheitssituation ausgegangen [Bamberg / Coenberg 2004, S. 127].

Dieser Beitrag betrachtet die beschriebene Fragestellung zunächst anhand einer einmaligen auf eins normierten Nettozahlung⁸. Es erfolgt ein Vergleich wohldefinierter unterschiedlicher Anlagestrategien im Rahmen der angewandten Finanzplanung bei möglichen Zinserwartungen bzw. diesbezüglich eintretender Szenarios⁹. Die abgeleiteten Ergebnisse werden sodann auf laufende Beitragszahlungen übertragen.

Hierzu wird wie folgt vorgegangen: Zunächst wird das Modell mit seinen Annahmen vorgestellt. Darauf aufbauend werden unterschiedliche Strategien betrachtet, die ein Anleger verfolgen kann. Auf Basis der Zinserwartung des Anlegers können optimale Strategien abgeleitet werden.

2. Ein quantitatives Modell zur Evaluierung von Altersvorsorgestrategien

Das vorgestellte Modell untersucht, unter welchen Bedingungen bzw. erwarteten Szenarios es für einen risikoneutralen Anleger vorteilhaft sein kann, eine Strategie zu verfolgen, die vom sofortigen Abschluss eines langfristigen Fördervertrags abweicht.

2.1. Modellannahmen

(A1) Altersvorsorgestrategien: Nachfolgend werden mögliche Anlagestrategien für eine einmalige vorschüssige Zahlung nach Kosten, Steuern und Sozialabgaben sowie ggf. nach Förderung im Zeitpunkt $t = 0$ und für eine Sparphase¹⁰ von T Perioden miteinander verglichen. Dabei wird zunächst von einer flexiblen bzw. einperiodigen Anlage ausgegangen, welche beliebig oft wiederholt werden kann. Die Wiederanlage des Kapitals aus Anlagen, die während der Sparphase fällig werden, erfolgt inklusive der akkumulierten Zinsen. Zu einem beliebigen Zeitpunkt $0 \leq \tau < T$ kann auf einen Fördervertrag umgestellt werden¹¹. Die Zinskondition i_F^τ dieses Fördervertrags ist für die Restlaufzeit $T - \tau$ der Ansparphase festgeschrieben. In $t = 0$ sind nur der kurzfristige Zinssatz i_k^0 für die untersuchte Zinsbindungsdauer von einer Periode, der langfristige Zinssatz i_l^0 einer zum Betrachtungszeitpunkt abgeschlossenen ungeforderten Kapitalanlage mit Laufzeit T und der langfristige Zinssatz i_F^0 eines laufzeit- und risikoidentischen, geförderten Altersvorsorgevertrags bekannt.

⁸ Dadurch wird die Vergleichbarkeit der Alternativen bzgl. der unterstellten Kapitalbindung gewährleistet.

⁹ Hingegen handelt es sich hier explizit nicht um einen wissenschaftlichen Beitrag zur Erstellung und Gütebestimmung von kapitalmarkttheoretischen Zinsprognosemodellen.

¹⁰ Die Rentenphase wird hier nicht weiter betrachtet, da für die betrachteten Alternativen aus Risikogesichtspunkten gleiche, ggf. zum Renteneintrittszeitpunkt festgeschriebene Konditionen für die Rentenphase vorausgesetzt werden.

¹¹ Das bis dahin akkumulierte Kapital geht ab diesem Zeitpunkt vereinfachend in den Fördervertrag ein. Die Anlage höherer Beträge in einem geförderten Altersvorsorgevertrag ist durch die relativ hohe Fördergrenze der Basisrente und durch Möglichkeiten der Betrieblichen Altersvorsorge sowie der Riester-Förderung gegeben.

(A2) *Zinssätze*: Die betrachteten positiven Zinssätze sind die Renditen nach Kosten, Steuern und Sozialabgaben sowie ggf. nach Förderung – nachfolgend als *Nettorenditen* bezeichnet¹². Das Zinsniveau kann sich im Zeitablauf ändern. Dadurch können die periodenindividuellen Zinssätze i_k^t , i_i^t und i_F^t für eine Anlage im Zeitpunkt t höher oder niedriger als der entsprechende Zinssatz für die erste Periode sein. Die Konditionen i_F^t , die den Zinssatz eines in t abgeschlossenen Fördervertrags für die Restlaufzeit bis zum Ende der Sparphase beschreiben, entwickeln sich bedingt durch den relativ gleich bleibenden Vorteil aus der Förderung $\Delta F \cong i_F^t - i_i^t > 0 \forall t$ in Abhängigkeit zu i_i^t ¹³. Somit ist ein geförderter Vertrag immer einer ungeforderten, risikoidentischen Anlage gleicher Laufzeit vorzuziehen.

(A3) *Zinserwartung*: Ex ante ist eine genaue Prognose der Zinsentwicklung nicht möglich [Junius / Wächter / Zimmermann 2004]. Daher wird bei der Beschreibung der Zinserwartung bzw. der damit unterstellten Szenarios von einer gleichförmigen Änderung der Periodenzinssätze im Zeitablauf ausgegangen. Von einer empirisch nur wenig validen Erwartungstheorie der Zinsstruktur¹⁴ wird dabei abstrahiert¹⁵.

Der kurzfristige, langfristige sowie der Förderzinssatz werden als sog. Stetige Renditen modelliert [Dorfleitner 2002]. Die unterstellte Erwartung einer möglichen Änderung des kurzfristigen Zinssatzes wird durch den Parameter x_k beschrieben. Die mögliche Entwicklung des kurzfristigen Zinssatzes lässt sich dann wie folgt darstellen:

$$(1) \quad i_k^t \cong \left(1 + i_k^0\right)^{(1+t \cdot x_k)} - 1 \Leftrightarrow e^{\ln(1+i_k^t)} = e^{(1+t \cdot x_k) \cdot \ln(1+i_k^0)}$$

x_k entspricht dabei nicht direkt der erwarteten Änderung des kurzfristigen Zinssatzes pro Periode in Prozentpunkten. Diese Änderung pro Periode in Prozentpunkten $\Delta i_k^{t-1,t}$ lässt sich aber daraus ableiten. Für die auch Anlage II in Abbildung 3 zugrunde liegenden

¹² Dies erscheint angemessen, wenn unterstellt wird, dass sich zunächst die Vorsteuerrendite der gewählten Anlageform nach Abzug aller Kosten ermitteln lässt, d. h. auch unter Einbezug der Kostenbestandteile, die bei der Effektivzinsbestimmung nach Preisangabenverordnung keine Berücksichtigung finden. Darauf basierend wird unterstellt, dass sich durch Abzug von Förderbestandteilen, Steuern und Sozialabgaben die Nettorendite als interner Zinssatz bestimmen lässt. Die Verwendung des internen Zinssatzes als Bestandteil des Vergleichskriteriums ist gerechtfertigt, da es sich um eine Normalinvestition handelt und im vorliegenden Beitrag ein direkter Vergleich der möglichen Anlagealternativen mit identischer Nettosparleistung unterstellt wird. Eine „Unterlassungsalternative“ zum Konsumverzicht für das Sparziel „Altersvorsorge“ gibt es in dem hier betrachteten Kontext somit nicht.

¹³ Die Entwicklung des Fördervorteils ΔF wird von unterschiedlichen Faktoren beeinflusst. So steigt die relative Förderung bei positiver Vorsteuerrendite mit abnehmender Laufzeit. Jedoch verteilen sich gleichzeitig die Fixkosten, die mit Abschluss eines Fördervertrages verbunden sind, ebenfalls auf eine geringere Laufzeit. Daher ist die Annahme einer gleichförmigen Entwicklung der Konditionen i_F^t des Fördervertrags und einer ungeforderten Anlage i_i^t hier zur Vereinfachung gerechtfertigt.

¹⁴ Bei der reinen Erwartungstheorie der Zinsstruktur ist der Spread zwischen dem lang- und dem kurzfristigen Zins ein Prediktor für die von den Marktteilnehmern erwartete Veränderung der kurzfristigen Zinssätze. Der erwartete langfristige Zinssatz ergibt sich aus dem geometrischen Mittel der erwarteten kurzfristigen Zinssätze [Levin 1996, S. 23ff.].

¹⁵ Dies erscheint gerechtfertigt, da empirische Untersuchungen sowohl in den USA als auch in der Bundesrepublik Deutschland zu Zweifeln an der Gültigkeit der konventionellen Erwartungstheorie geführt haben [Anker 1993, Campbell / Shiller 1991, Lewin 1996].

Werte $i_k^0 = 1,5\%$, $T = 30$ und $x_k = 0,06$ ergibt sich z. B. eine Änderung des kurzfristigen Zinssatzes von $t = 14$ nach $t = 15$ von $\Delta i_k^{14,15} = 0,092$ Prozentpunkte.¹⁶

Die mögliche Änderung des langfristigen Zinssatzes i_l^t kann dementsprechend über den Parameter x_l wie folgt formuliert werden:

$$(2) \quad i_l^t \cong \left(1 + i_l^0\right)^{(1+t \cdot x_l)} - 1 \Leftrightarrow e^{\ln(1+i_l^t)} = e^{(1+t \cdot x_l) \ln(1+i_l^0)}$$

Durch den angenommenen Zusammenhang der langfristigen Zinssätze und der Konditionen der zu den verschiedenen Zeitpunkten abschließbaren Förderverträge (A2) ergibt sich für die mögliche Entwicklung des Förderzinssatzes:

$$(3) \quad i_F^t \cong \left(1 + i_F^0\right)^{(1+t \cdot x_l)} - 1 \Leftrightarrow e^{\ln(1+i_F^t)} = e^{(1+t \cdot x_l) \ln(1+i_F^0)}$$

Dabei sind x_k und x_l geeignet zu wählen, so dass im Zeitpunkt $t = T - 1$ aufgrund einer dann identischen Laufzeit gilt (vgl. Abbildung 2)¹⁷:

$$(4) \quad i_k^{T-1} = i_l^{T-1}$$

In den nachfolgenden Betrachtungen wird eine normale Zinsstrukturkurve¹⁸ – wie sie meist und auch derzeit vorzufinden ist¹⁹ – unterstellt, d. h. es gilt $i_k^t < i_l^t$ für $t < T - 1$.

(A4) *Bewertungskriterium:* Als Bewertungskriterium der einzelnen Strategien werden die Endwerte nach Kosten und Förderung sowie Steuern und Sozialabgaben zum Ende der Sparphase im Zeitpunkt T herangezogen. EW^τ sei dabei der Endwert zum Zeitpunkt T einer im Zeitpunkt τ auf einen Fördervertrag umgestellten gemischten Anlagestrategie mit einer einmaligen Beitragszahlung in $t = 0$ ²⁰.

2.2. Eigenschaften der Anlagestrategien

Der Endwert EW^τ einer den Annahmen (A1) bis (A4) genügenden Anlagestrategie lässt sich wie folgt berechnen:

¹⁶ Aufgrund der hier gewählten Modellierung variiert $\Delta i_k^{t-1,t}$ in Abhängigkeit von t (leicht). So beträgt z. B. $\Delta i_k^{0,1} = 0,091$ Prozentpunkte und $\Delta i_k^{29,30} = 0,093$ Prozentpunkte.

¹⁷ Zu der resultierenden Abhängigkeit von x_k und x_l vgl. 2.2.

¹⁸ Bezüglich des Verlaufs lassen sich normale, inverse und flache Zinsstrukturkurven unterscheiden. Normale Zinsstrukturkurven haben einen steigenden Verlauf, so dass die langfristigen Zinssätze über den kurzfristigen liegen. Inverse Zinsstrukturkurven haben dagegen einen fallenden Verlauf. Eine flache Zinsstrukturkurve weist einen einheitlichen Zinssatz für alle Laufzeiten aus [Steiner / Bruns 2000, S. 146].

¹⁹ Vgl. z. B. die tägliche Zinsstruktur am Rentenmarkt in 2007, abrufbar unter http://www.bundesbank.de/download/statistik/stat_zinsstruktur.pdf, 01.05.07.

²⁰ Dabei wird eine ggf. im Zeitablauf auftretende Inflation nicht berücksichtigt, da sie sich durch den einheitlichen Betrachtungszeitraum auf alle Strategien in gleichem Maße auswirkt.

$$(5) \quad EW^\tau = \prod_{t=0}^{\tau-1} (1 + i_k^t) \cdot (1 + i_F^\tau)^{T-\tau} = e^{\sum_{t=0}^{\tau-1} \ln(1+i_k^t) + (T-\tau) \cdot \ln(1+i_F^\tau)}$$

Bis zum Wechsel der Anlageform, also für $t < \tau$, ergibt sich der Endwert zunächst durch Aufzinsung der Zahlungsreihe mit periodenabhängigen i_k^t . Zum Wechselzeitpunkt $t = \tau$ gilt der Zinssatz i_F^t für die Restlaufzeit $T - \tau$ der Sparphase (vgl. Abbildung 2).

Formel (5) stellt mit $\tau = 0$ den einfachen Referenzfall des sofortigen Abschlusses eines Fördervertrags im Betrachtungszeitpunkt $t = 0$ dar, der nachfolgend als reine langfristige Strategie bezeichnet wird²¹:

$$(6) \quad EW^0 = (1 + i_F^0)^T = e^{T \cdot \ln(1+i_F^0)}$$

Abbildung 2 zeigt schematisch die Zusammenhänge der Zinssätze i_k^t , i_l^t und i_F^t .

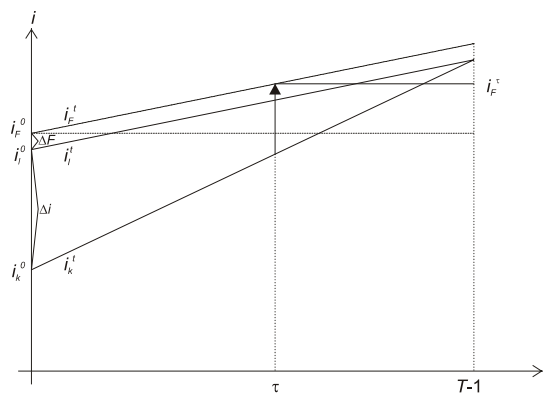


Abbildung 2: Entwicklung (schematisch) der kurzfristigen Periodenzinssätze i_k^t , der langfristigen Periodenzinssätze i_l^t sowie der Renditen des Fördervertrags i_F^t

Bei fixem Betrachtungszeitraum T verringert sich im Zeitablauf der Anlagehorizont, für den bei einem Wechsel der Anlageform langfristig der Zinssatz festgeschrieben werden kann. Die Kurve der ungeförderten Periodenzinssätze i_l^t veranschaulicht daher nicht einen Zinssatz für einen bestimmten Zeitraum, der sich lediglich durch die unterstellte Zinsentwicklung im Zeitablauf ändert. Sie repräsentiert vielmehr für jeden Zeitpunkt t den zeitindividuellen Zinssatz, für den noch in der Restlaufzeit $T - t$ der Sparphase eine ungeförderte zinsgebundene Anlage erfolgen kann. Daher schneiden sich die Kurven der ungeförderten Periodenzinssätze i_l^t ausgehend von i_l^0 und der kurzfristigen Periodenzinssätze i_k^t ausgehend von i_k^0 zum Zeitpunkt $T - 1$. Der kurzfristige Zinssatz i_k^{T-1} und der ungeförderte Zinssatz i_l^{T-1} gelten dann beide nur noch für eine Periode und müssen somit gleich sein (vgl. (A3)).

²¹ Dabei wird angenommen, dass $\prod_{t=0}^{T-1} (1 + i_t) = 1$ bzw. $\sum_{t=0}^{T-1} \ln(1 + i_t) = 0$.

Die Konditionen i_F^t entwickeln sich mit dem Fördervorteil ΔF gemäß (A3) in Abhängigkeit zu den Konditionen i_l^t , die sich wiederum in Abhängigkeit der kurzfristigen Zinssätze i_k^t entwickeln. Die über x_l beschriebene Zinssatzänderung von i_l^t und damit auch von i_F^t lässt sich nun in Abhängigkeit der angenommenen Änderung x_k des kurzfristigen Zinssatzes durch Gleichsetzen von (1) und (2) wie folgt berechnen:

$$(7) \quad \Rightarrow \quad x_l = \frac{i_k^{T-1} = i_l^{T-1}}{\ln(1+i_l^0) \cdot (T-1)} \cdot \frac{(1+x_k \cdot (T-1)) \cdot \ln(1+i_k^0) - \ln(1+i_l^0)}{\ln(1+i_l^0) \cdot (T-1)}$$

2.3. Bestimmung des optimalen Zeitpunkts für den Wechsel der Anlageform bei gegebener Zinserwartung

Berechnet man die Endwerte der Strategien in Abhängigkeit des Wechselzeitpunkts τ für beispielhaft angenommene Startwerte $i_k^0 = 1,5\%$, $i_F^0 = 3,0\%$, $\Delta F = 0,5\%$ und $T = 30$, so können sich abhängig von für die Anlagen 0 bis IV ebenfalls beispielhaften unterschiedlichen erwarteten Entwicklungen der kurzfristigen Zinsen die in Abbildung 3 dargestellten Verläufe ergeben.

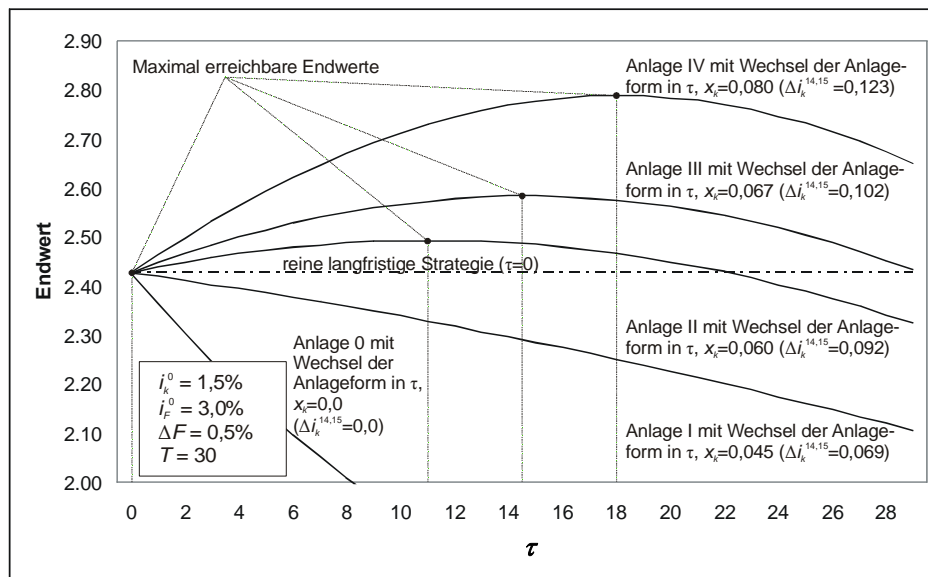


Abbildung 3: Endwerte bei unterschiedlichen erwarteten Zinssteigerungen x_k (bzw. $\Delta i_k^{14,15}$) des kurzfristigen Zinssatzes in Abhängigkeit des Wechselzeitpunkts τ der Anlageform

Basierend auf einer normalen Zinsstrukturkurve mit $i_k^0 < i_l^0$ in $t = 0$ ergibt sich ohne erwartete Änderung des kurzfristigen Zinssatzes (vgl. Anlage 0 in Abbildung 3 mit $x_k = 0$) – zusätzlich unterstützt durch die Förderung – zunächst ein höherer Endwert für die reine langfristige Strategie^{22,23}. Für erwartete gleich bleibende oder fallende Zinsen ist daher immer die reine langfristige Strategie, d. h. $\tau = 0$, dominant. Mit steigender Zinserwartung (vgl. Anlagen I bis IV in Abbildung 3 mit $x_k > 0$) können gemischte Strategien mit $\tau > 0$ jedoch zu höheren Endwerten führen (vgl. Anlagen II bis IV in Abbildung 3). Bei geg. Zinserwartung ergibt sich ein Optimierungsproblem, bei dem es den richtigen Wechselzeitpunkt τ^* auf einen langfristigen Fördervertrag zu bestimmen gilt. Dieses lässt sich wie folgt formulieren:

$$\begin{aligned}
 \max_{\tau} EW^{\tau} &= \max_{\tau} \prod_{t=0}^{\tau-1} (1 + i_k^t) \cdot (1 + i_F^{\tau})^{T-\tau} \\
 (8) \qquad &= \max_{\tau} e^{\sum_{t=0}^{\tau-1} \ln(1+i_k^t) + (T-\tau) \ln(1+i_F^{\tau})} \\
 &= \max_{\tau} e^{\sum_{t=0}^{\tau-1} (1+t \cdot x_k) \cdot \ln(1+i_k^0) + (T-\tau) \cdot (1+\tau \cdot x_l) \cdot \ln(1+i_F^0)}
 \end{aligned}$$

Die Bestimmung des optimalen Wechselzeitpunkts über $\frac{\partial EW^{\tau}}{\partial \tau} \stackrel{!}{=} 0$ ergibt:

$$(9) \quad \Rightarrow \quad \tau^* = \frac{2 \cdot (T \cdot x_l - 1) \cdot \ln(1 + i_l^0 + \Delta F) + (2 - x_k) \cdot \ln(1 + i_k^0)}{4 \cdot x_l \cdot \ln(1 + i_l^0 + \Delta F) - 2 \cdot x_k \cdot \ln(1 + i_k^0)}$$

mit $i_l^0 > i_k^0$ aus (A3) und $i_k^0, i_l^0, \Delta F > 0$ gemäß (A2) und x_l gemäß (7). Die negative zweite Ableitung bestätigt, dass es sich um ein globales Maximum handelt.

Ein derart berechneter optimaler Wechselzeitpunkt $0 \leq \tau^* < T$ der Anlageform ist i. d. R. nicht ganzzahlig bzw. unterjährig. Daher müssen im Modell die Endwerte der benachbarten ganzzahligen Werte verglichen werden²⁴.

²² Für flache Zinsstrukturkurven ergibt sich dagegen die Zinssatzdifferenz $i_F^0 - i_k^0$ allein aus der Förderung.

²³ Bei Unterstellung einer inversen Zinsstrukturkurve gilt $i_k^0 > i_l^0$. Für erwartete gleich bleibende oder gar steigende Zinsen kann dann mit der kurzfristigen Anlage ein höherer Endwert erzielt werden als mit dem langfristigen Fördervertrag, sofern durch die Förderung nicht die anfängliche Zinssatzdifferenz überkompensiert wird, d. h. $i_F^0 > i_k^0$. Bei erwarteten fallenden Zinsen können die nachfolgenden Ausführungen damit unter der Fragestellung betrachtet werden, wie stark die Zinsen fallen dürfen, damit die kurzfristige Anlage der langfristigen überlegen bleibt. Da eine inverse Zinsstruktur nur in wenigen Ausnahmefällen gegeben ist, wird dies nachfolgend nicht weiter betrachtet.

²⁴ Bei entsprechender Umrechnung sind auch unterjährig Anlagewechsel darstellbar, sofern die betrachteten Anlagen jahreskonform unterjährig erfolgen können.

Die weitere Untersuchung von (9) zeigt, dass τ^* mit zunehmender Laufzeit T ebenfalls wächst. Bei gleich bleibender Erwartung bzgl. der periodischen Entwicklung der Zinsen führt eine Verlängerung des Betrachtungszeitraums zu einem höheren Zins in $t = T - 1$. Damit verschiebt sich auch der optimale Zeitpunkt des Anlagewechsels nach hinten, da nun die Zinssteigerung länger genutzt werden kann und schließlich eine Strategie mit einem späteren Wechselzeitpunkt zum höchsten Endwert führt.

Ein ähnliches Bild ergibt sich c. p. für einen zunehmenden kurzfristigen Anfangszinssatz i_k^0 . Mit zunehmenden Werten für i_k^0 verschiebt sich der optimale Zeitpunkt des Wechsels der Anlageform ebenfalls in Richtung Ende der Sparphase, da sich der Minderertrag aus den anfänglichen Perioden verringert, in denen noch kurzfristig angelegt wird. Solange kurzfristig angelegt wird, kann gleichzeitig weiter von den steigenden Zinssätzen profitiert werden.

Es ist unmittelbar einsichtig, dass c. p. aufgrund der vorgenannten Ausführungen der optimale Zeitpunkt des Anlagewechsels für steigende Anfangszinssätze i_l^0 bzw. i_F^0 früher erreicht wird. Steigt der Anfangszinssatz i_l^0 bei gleich bleibender positiver Zinserwartung für die kurzfristigen Zinsen, so ergibt sich schließlich, dass die Vorteilhaftigkeit der Konditionen, zu denen zu späteren Zeitpunkten noch für die Restlaufzeit der Sparphase angelegt werden kann, relativ zu den kurzfristigen Konditionen sinkt. Damit führt schließlich die reine langfristige Strategie zum optimalen Ergebnis für den Anleger. Folglich führt auch bei steigendem Fördervorteil ΔF c. p. eine Strategie mit einem früheren Wechsel der Anlageform zum maximalen Endwert.

Mit erwarteter zunehmender Steigerung x_k der kurzfristigen Zinsen wird der optimale Zeitpunkt des Wechsels der Anlageform offensichtlich ebenfalls später erreicht (vgl. Abbildung 3). Durch die stärker steigenden kurzfristigen Zinsen verringert sich der Minderertrag aus den kurzfristigen Anlagen im Vergleich zur festgeschriebenen reinen langfristigen Strategie. Zudem erhöhen sich auch die Konditionen, zu denen nach einer Umstellung auf einen Fördervertrag noch für die Restlaufzeit der Sparphase angelegt werden kann. Somit führt ein späterer Wechsel zu höheren Konditionen des Fördervertrags und zum höchsten Endwert.

Abbildung 4 zeigt für die angenommenen Startwerte $i_k^0 = 1,5\%$, $i_F^0 = 3,0\%$, $\Delta F = 0,5\%$ und $T = 30$ den für eine jeweils erwartete Zinsänderung x_k optimalen Wechselzeitpunkt τ^* . Mit dem zuvor beschriebenen Effekt, dass sich mit erwarteter zunehmender Zinssatzsteigerung τ^* in Richtung Ende der Sparphase verschiebt, werden die Intervalle (b) bzw. (c) des optimalen Wechselzeitpunkts durch den abnehmenden Verlauf dieses Grenzeffekts bei gleich bleibendem Erwartungsbereich (a) von x_k kleiner.

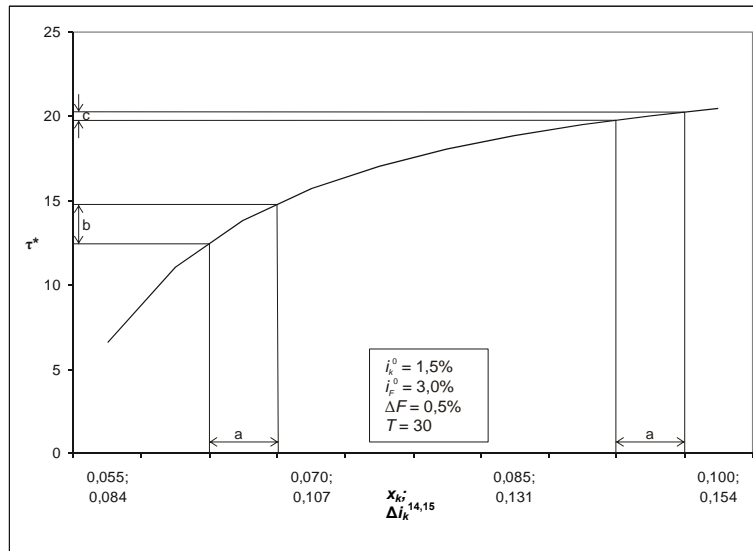


Abbildung 4: Optimaler Zeitpunkt des Anlagewechsels in Abhängigkeit der erwarteten Zinsänderung x_k (bzw. $\Delta i_k^{14,15}$) des kurzfristigen Zinssatzes

Dies bedeutet, dass für erwartete höhere Zinssatzänderungen Abweichungen vom optimalen Zeitpunkt des Anlagewechsels zu einem höheren Verlust gegenüber dem Optimalergebnis führen als dies bei geringeren Zinssatzänderungen der Fall ist. D. h., das Timing des Wechsels ist bei erwarteten höheren Zinssatzsteigerungen umso wichtiger (vgl. hierzu auch Abbildung 3). Doch auch bei erwarteten niedrigeren Zinsänderungen kann der Wechselzeitpunkt nicht vernachlässigt werden. Denn wie bereits aus Abbildung 3 ersichtlich ist, kann eine gemischte Strategie mit einem Wechsel der Anlageform zum falschen Zeitpunkt selbst bei Erwartung steigender Zinsen zu einem schlechteren Ergebnis führen als die reine langfristige Strategie. Eine entsprechende Entwicklung von τ^* ergibt sich auch in Abhängigkeit der Laufzeit T und des kurzfristigen anfänglichen Zinssatzes i_k^0 , die jedoch ex ante gegeben sind.

2.4. Vorteilhaftigkeit gemischter Anlagestrategien bei gegebener Zinserwartung

Neben der Frage nach dem optimalen Zeitpunkt des Anlagewechsels stellt sich die Frage nach dem Mehrwert, der durch das Hinauszögern des Abschlusses eines langfristigen Fördervertrages erreicht werden kann. Der quantifizierte Vorteil einer gemischten Strategie kann dann ins Verhältnis zur Ungewissheit bzgl. des unterstellten Szenarios gegenüber der sicheren reinen langfristigen Strategie gesetzt werden. Die Endwertdifferenz zwischen der optimalen gemischten Strategie und der reinen langfristigen Strategie ergibt sich basierend auf den gegebenen Anfangszinssätzen und deren weiteren Entwicklung.

Geht ein Anleger z. B. davon aus, dass der kurzfristige Zinssatz im Verlauf der nächsten 30 Jahre von 1,5% auf 3,5% nach Kosten und Steuern steigt, so unterstellt er zunächst $x_k = 0,045$. Zusammen mit den weiteren Parametern kann die optimale Strategie mit τ^* und der maximale Endwert bestimmt werden. Abbildung 5 (links) veranschaulicht diesen als prozentuale Steigerung gegenüber dem Endwert der reinen langfristigen Strategie in Abhängigkeit der anfänglichen Zinssatzdifferenz $\Delta i_{l,k}^0 \cong i_l^0 - i_k^0$ zwischen lang- und kurzfristigem Zinssatz in $t = 0$ und der Laufzeit T . Aufgrund der zuvor gezeigten Abhängigkeit des optimalen Zeitpunkts des Anlagewechsels muss für jede Parameterkombination τ^* individuell bestimmt werden. Ein positiver Wert bedeutet dabei einen höheren Endwert für die gemischte Strategie. Demnach kann sich vor allem für geringe anfängliche Zinssatzdifferenzen $\Delta i_{l,k}^0$ und lange Laufzeiten T eine hohe relative Steigerung des Endwerts ergeben.

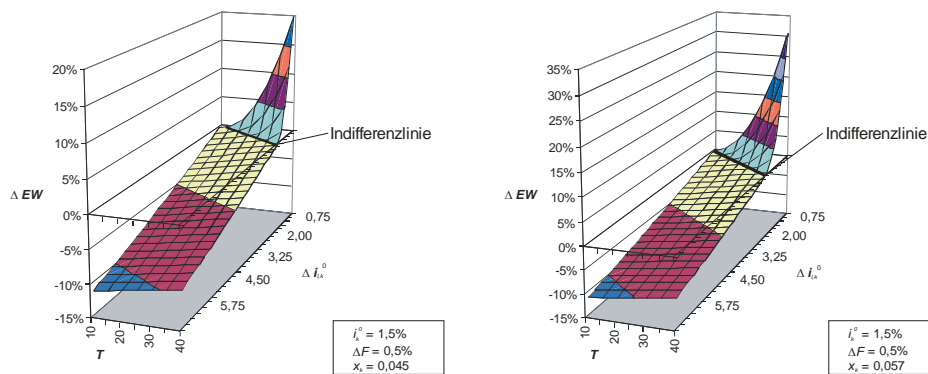


Abbildung 5: Maximaler Endwert gemischter Strategien mit $0 < \tau^* < T$ gegenüber der reinen langfristigen Strategie mit $\tau = 0$

Es wird deutlich, dass sich mit realistischen Vorgaben nur ein sehr kleiner Bereich ergibt, indem durch eine gemischte Strategie ein höherer Endwert im Vergleich zur reinen langfristigen Strategie erreicht werden kann. Falls der kurzfristige Zins jedoch nur sehr gering vom langfristigen Zins nach unten abweicht und der Planungshorizont entsprechend lang ist, ergibt sich bei den angenommenen Werten eine deutliche Steigerung des Endwerts um bis zu 20%. Allerdings wird dann der optimale Zeitpunkt des Wechsels der Anlageform erst relativ spät erreicht. Dadurch setzt sich der Anleger für einen langen Zeitraum der diskutierten Ungewissheit der Zinsentwicklung aus.

Entsprechendes gilt auch bei erwarteter höherer Zinssteigerung. Geht der Anleger z. B. von einer Steigerung des kurzfristigen Zinssatzes von 1,5% auf 4,0% im gleichen Zeitraum aus ($x_k = 0,057$), so ergibt sich die in Abbildung 5 (rechts) dargestellte Situation bzgl. der prozentualen Endwertsteigerung, die mit einer gemischten Strategie gegenüber der reinen langfristigen Strategie erreicht werden kann. Es zeigt sich, dass sich durch die erwartete höhere Zinsentwicklung der maximale Endwert und der Vorteilhaftigkeitsbereich, innerhalb dessen eine gemischte Strategie zu einem höheren Endwert führt als die reine langfristige Strategie, zunehmen. Allerdings erhöht sich aber auch hier das Risiko, da der Wechselzeitpunkt wieder entsprechend später erreicht wird.

2.5. Notwendige Zinssteigerung für die Existenz vorteilhafter gemischter Strategien

Aufgrund der Abhängigkeit von der Ausgangssituation und der Zinserwartung können sich im Verhältnis zur Gesamtlaufzeit späte optimale Wechselzeitpunkte ergeben, bis zu welchen die erwartete Zinsentwicklung auch eintreten muss. Erwartet ein Anleger dagegen nur für wenige Perioden eine Zinsänderung, so stellt sich die Frage nach der notwendigen Zinsentwicklung, die schließlich zur Existenz vorteilhafter gemischter Strategien führt. Aus Abbildung 5 ist ersichtlich, dass sich eine Indifferenzlinie ergibt, die den Übergang von der Vorteilhaftigkeit der reinen langfristigen Strategie zu der Vorteilhaftigkeit gemischter Strategien markiert. Anlage 0 und Anlage I in Abbildung 3 verdeutlichen, dass bei Erwartung geringer Änderungen des kurzfristigen Zinssatzes die reine langfristige Strategie grundsätzlich zum höchsten Endwert führt. Mit erwarteter steigender Zinsänderung verschiebt sich wie oben gezeigt – und aus den Verläufen der Endwertkurven in Abbildung 3 ersichtlich – der optimale Zeitpunkt τ^* des Wechsels der Anlageform in Richtung Ende der Sparphase und der jeweils maximale Endwert erhöht sich. Damit ergibt sich aus der Indifferenz der reinen langfristigen Strategie mit einer gemischten Strategie bei einem Wechsel der Anlageform im frühest möglichen Zeitpunkt $\tau = 1$ die genannte Indifferenzlinie. Führt ein späterer Anlagewechsel zum gleichen Endwert wie die reine langfristige Strategie, so muss aufgrund der in diesem Bereich konvexen Endwertfunktion ein früherer Wechsel einen höheren Endwert ergeben und damit nicht die gesuchte Indifferenz.

Mit (5) muss zur Indifferenzbestimmung $EW^0 = EW^1$ bzgl. der Zinsentwicklung demzufolge gelten:

$$(10) \quad e^{T \cdot \ln(1+i_F^0)} = e^{\ln(1+i_k^0) + (T-1) \ln(1+i_F^1)}$$

$$\Rightarrow T \cdot \ln(1+i_l^0 + \Delta F) = \ln(1+i_k^0) + (T-1) \cdot (1 + 1 \cdot x_k) \cdot \ln(1+i_l^0 + \Delta F)$$

Mit (7) ergibt sich aufgelöst nach dem die Änderung des kurzfristigen Zinssatzes bestimmenden Parameter x_k

$$(11) \quad x_k = \frac{\ln(1+i_l^0 + \Delta F) \cdot [2 \cdot \ln(1+i_l^0) - \ln(1+i_k^0)] - \ln(1+i_k^0) \cdot \ln(1+i_l^0)}{(T-1) \cdot \ln(1+i_k^0) \cdot \ln(1+i_l^0 + \Delta F)}$$

für $T > 1$ und $i_k^0 > 0$. Nur für Zinserwartungen, die über der so identifizierten mindestens notwendigen Zinssatzentwicklung liegen, führen demnach gemischte Strategien bei zusätzlich geeigneter Wahl des Wechselzeitpunkts der Anlageform dann überhaupt zu einem höheren Endwert als die reine langfristige Strategie.

Offensichtlich fällt x_k mit steigendem T . Durch eine längere Vertragslaufzeit verlängert sich auch der Zeitraum $T-1$, in welchem der Zinssatz i_F^1 des in $t=1$ abgeschlossenen Fördervertrags den Zinssatz i_F^0 des in $t=0$ abgeschlossenen Fördervertrags der reinen langfristigen Strategie übersteigt. Durch diese längere Restlaufzeit kann auch mit einem nur geringfügig über i_F^0 liegenden Zinssatz i_F^1 der geringere Zinsertrag aus der ersten Verzinsungsperiode kompensiert werden.

Das gesuchte x_k fällt ebenfalls mit steigendem i_k^0 und wächst mit steigendem i_F^0 . Durch die geringere (höhere) Zinssatzdifferenz $\Delta i_{i,k}^0$ verringert (erhöht) sich der Minderertrag der gemischten Strategie aus der ersten Periode, der anschließend nach dem Wechsel der Anlageform kompensiert werden muss.

Wie gezeigt, ergibt sich für den Anleger durch die Entscheidung für eine gemischte Strategie mit $\tau > 0$ jedoch selbst bei tatsächlich steigenden Zinsen das Problem, dass ein Wechsel der Anlageform im falschen Zeitpunkt zu einem im Vergleich zur reinen langfristigen Strategie geringeren Endwert führen kann. Daher sollte er seine Erwartung bzgl. der Zinsentwicklung nicht nur auf die generelle Möglichkeit der Vorteilhaftigkeit gemischter Strategien überprüfen, sondern auch auf die mit einem Wechsel im falschen Zeitpunkt verbundenen Nachteile.

Wie aus Abbildung 3 ersichtlich, kann letztere bei entsprechender Erwartung hoher Zinssteigerungen ausgeschlossen werden, da schließlich eine gemischte Strategie unabhängig vom Wechselzeitpunkt $\tau > 0$ immer zu einem höheren Endwert führt als die reine langfristige Strategie. Für die Indifferenz der reinen langfristigen Strategie und der gemischten Strategie mit $\tau = T - 1$, die einer reinen kurzfristigen Strategie entspricht, ergibt sich

$$(12) \quad x_k = \frac{2 \cdot T \cdot \ln(1 + i_i^0) \cdot \ln(1 + i_i^0 + \Delta F) - 2 \cdot \ln(1 + i_k^0) \cdot [(T - 1) \cdot \ln(1 + i_i^0) + \ln(1 + i_i^0 + \Delta F)]}{(T - 1) \cdot \ln(1 + i_k^0) \cdot [(T - 2) \cdot \ln(1 + i_i^0) + 2 \cdot \ln(1 + i_i^0 + \Delta F)]}$$

mit $T > 1$ und $i_k^0 > 0$. Hat ein Anleger eine Zinserwartung die über der mit (12) identifizierten liegt, so kann er sich unabhängig von der Wahl des Zeitpunkts des Anlagewechsels nie schlechter stellen als mit einer reinen langfristigen Strategie.

2.6. Anwendung auf die heutige Zinssituation am Markt

Greift man auf die Entwicklung des Durchschnittssatzes der Habenzinsen Banken / Spareinlagen mit vereinbarter Kündigungsfrist von 12 Monaten²⁵ zurück, so stellt man eine große Schwankungsbreite fest, innerhalb der sich dieser kurzfristige Zinssatz bewegt.

Ausgehend von der heutigen Zinssituation mit ca. 1,5% nach Kosten und Steuern für Anlagen mit einjähriger Laufzeit²⁶, 2,5% nach Kosten und Steuern für eine langfristige ungeforderte Anlage und ca. 3% nach Kosten und Steuern für einen langfristigen Fördervertrag mit einer Sparphase von 30 Jahren²⁷ kann eine gemischte Strategie durchaus zu einem höherem Endwert führen als eine langfristige Strategie. Geht ein Anleger da-

²⁵ Vgl. Zeitreihe „su0025“ der Deutschen Bundesbank, abrufbar unter http://www.bundesbank.de/statistik/statistik_zeitreihen.php?func=row&tr=su0025, 01.05.07.

²⁶ Der Effektivzins für Einlagen privater Haushalte mit vereinbarter Laufzeit bis zu einem Jahr betrug z. B. im März 2007 vor Steuern 3,48% (vgl. Zeitreihe „sud102“ der Deutschen Bundesbank, abrufbar unter http://www.bundesbank.de/statistik/statistik_zeitreihen.php?func=row&tr=sud102, 01.05.07).

²⁷ So wurden bspw. die Effektivzinssätze aktueller Riester-Angebote berechnet. Bezogen auf die Lebenserwartung eines heute 30-jährigen Sparers beträgt die Vorsteuerrendite inkl. erwarteter Überschussbeteiligung einer klassischen Riester-Rentenversicherung nur ca. 3,0% bis max. 3,5%.

von aus, dass die Zinsen z. B. innerhalb der nächsten 30 Jahre auf ca. 4,6% nach Kosten und Steuern steigen, so kann er mit einer gemischten Strategie mit einem Wechsel der Anlageform im optimalen Zeitpunkt $\tau^* = 16$ bei einer einmaligen Nettozahlung in $t = 0$ einen Endwert von $EW^{16} = 2,63$ erreichen. Dies entspricht einem Vorteil gegenüber der reinen langfristigen Strategie von 8,2% ($EW^0 = 2,43$).

Ein Zinssatz von 4,6% nach Kosten und Steuern bedeutet dabei allerdings allein bei Berücksichtigung der zukünftigen Zinsabgeltungssteuer in Höhe von 25% einen Zinssatz von mindestens 6,13% vor Kosten und Steuern. Eine derartige Entwicklung des kurzfristigen Zinssatzes erscheint zwar möglich, aber wenig wahrscheinlich. Der kurzfristige Zinssatz zum Zeitpunkt des Anlagewechsels beträgt bei der unterstellten Entwicklung jedoch lediglich 3,21% (4,28%) nach (vor) Kosten und Steuern. Dies zeigt, dass nicht nur von der Zinserwartung am Ende der Laufzeit ausgegangen werden sollte. Denn eine Zinssteigerung auf 4,28% in 16 Jahren kann von einem Anleger durchaus als möglich erachtet werden, auch wenn er eine Steigerung auf 6,13% in 30 Jahren für ausgeschlossen hält.

Damit kommt der Zinserwartung zum bestimmten optimalen Wechselzeitpunkt τ^* und nicht zum Ende des Anlagehorizonts eine entscheidende Bedeutung zu. Dies fordert streng genommen folgende Betrachtung: Ausgehend von der anfänglichen Zinserwartung des Anlegers kann zunächst der optimale Wechselzeitpunkt bestimmt werden. In einem zweiten Schritt muss dann überprüft werden, ob die Zinserwartung auch noch vor dem Hintergrund des als optimal bestimmten Wechselzeitpunkts realisierbar erscheint. Wie oben gezeigt, verschiebt sich mit höher liegenden Erwartungen bzgl. der Zinsentwicklung dieser optimale Zeitpunkt zum Ende der Laufzeit. Dies führt aber dann zu höheren und damit weniger wahrscheinlichen Zinssätzen. Erscheint der im optimalen Wechselzeitpunkt bestimmte Zinssatz nicht realisierbar, so kann der Anleger zu einem früheren Zeitpunkt in den langfristigen Fördervertrag wechseln. Zur Bestimmung dieses früheren Wechselzeitpunktes kann z. B. die Zinserwartung nach unten korrigiert werden, wodurch sich ein neuer optimaler Wechselzeitpunkt ergibt, der dann zusammen mit der Anpassung der Zinserwartung iterativ ermittelt werden kann.

2.7. Verallgemeinerung der Untersuchung auf laufende Sparprozesse

In den vorstehenden Betrachtungen erfolgte bis zur Festschreibung in einem langfristigen Fördervertrag in jeder Periode eine Wiederanlage des fällig gewordenen Betrags aus der Vorperiode. Da dieses Vorgehen zunächst unabhängig von der Höhe der Wiederanlage ist, lässt sich der zuvor betrachtete Fall der Einmalzahlung zu Beginn der Sparphase leicht auf kontinuierliche Einzahlungen erweitern. Der Endwert *einer* Einzahlung, die zu einem beliebigen Zeitpunkt $\phi \geq 0$ erfolgt, berechnet sich dabei wie folgt:

$$(13) \quad EW_{\phi}^{\tau} = \prod_{t=\phi}^{\tau-1} (1 + i_k^t) \cdot (1 + i_F^{\tau})^{T-\tau} = e^{\sum_{t=\phi}^{\tau-1} ((1+i_k^t) \ln(1+i_k^t) + (T-\tau) \ln(1+i_F^{\tau}))}$$

Der zuvor bestimmte optimale Zeitpunkt des Wechsels der Anlageform bleibt somit für alle ϕ identisch, wie unmittelbar aus der Maximumbestimmung bzgl. τ aus (13) ersichtlich ist:

$$(14) \quad \tau^* = \frac{2 \cdot (T \cdot x_l - 1) \cdot \ln(1 + i_l^0 + \Delta F) - (2 - x_k) \cdot \ln(1 + i_k^0)}{4 \cdot x_l \cdot \ln(1 + i_l^0 + \Delta F) - 2 \cdot x_k \cdot \ln(1 + i_k^0)}$$

Auch hier sind entsprechend des kurzfristigen Anlagehorizonts die benachbarten ganzzahligen Werte zu überprüfen. (14) entspricht damit (9) und ist unabhängig vom Einzahlungszeitpunkt ϕ . D. h., in einer ex ante Betrachtung werden alle Einzahlungen vor dem Zeitpunkt τ^* zunächst kurzfristig angelegt und das gesamte akkumulierte Kapital wird zum Zeitpunkt τ^* langfristig in einem Fördervertrag angelegt. Einzahlungen danach erfolgen in jeweils neu abzuschließende Förderverträge (vgl. Abbildung 6, die Punkte markieren die einzelnen Beitragszahlungen)²⁸.

Sollte dies nicht möglich sein, können die Beitragszahlungen auch in den im Zeitpunkt $t = \tau^*$ abgeschlossenen Fördervertrag erfolgen – zumindest solange, wie der Zinssatz $i_F^{\tau^*}$ des in τ^* abgeschlossenen Fördervertrags den jeweiligen aktuellen kurzfristigen Zinssatz übersteigt (Zeitpunkt t_l in Abbildung 6).

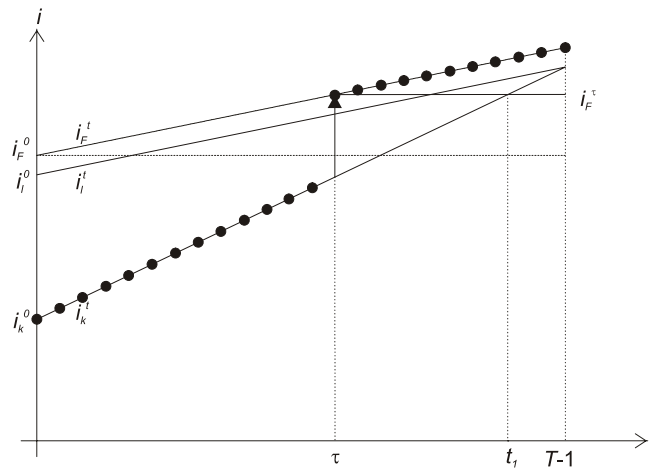


Abbildung 6: Optimale Strategie bei regelmäßigen Beitragszahlungen

Der Endwert EW einer solchen gemischten Strategie mit laufenden Einzahlungen errechnet sich schließlich aus der Summe der Endwerte EW_ϕ^t der Einmalzahlungen zu den einzelnen Zeitpunkten $0 \leq \phi < T$:

²⁸ Durch die bei einem entsprechenden Vertrag gegebenen Optionen zur Beitragsdynamisierung und -freistellung in Kombination mit der Vielzahl der zur Verfügung stehenden geförderten Alternativen (Basisrente, Riester-Rente, Betriebliche Altersvorsorge) erscheint diese Betrachtungsweise gerechtfertigt.

$$(15) \quad EW = \sum_{\phi=0}^{T-1} EW_{\phi}^{\tau}$$

Mit den zuvor verwendeten Werten $i_k^0 = 1,5\%$, $i_F^0 = 3,0\%$, $\Delta F = 0,5\%$, $T = 30$ und $x_k = 0,057$ ergibt sich für die reine langfristige Strategie zunächst $EW = 49,00$. Für eine gemischte Strategie, bei der im hier optimalen Zeitpunkt $\tau^* = 9$ in einen Fördervertrag gewechselt wird, in den dann auch alle zukünftigen Zahlungen erfolgen, ergibt sich $EW = 52,31$. Dies entspricht einem Vorteil von $+6,7\%$ gegenüber der reinen langfristigen Strategie. Ab $t = 24$ übersteigen bei unveränderter Zinsentwicklung die kurzfristigen Zinsen die Kondition des in $t = 9$ abgeschlossenen Fördervertrags $i_F^9 = 3,57\%$ nach Kosten und Steuern. Wird deshalb ab diesem Zeitpunkt wieder in kurzfristige Anlagen investiert, ergibt sich $EW = 52,39$. Dies bedeutet lediglich eine minimale Steigerung gegenüber der laufenden Zahlung in den Fördervertrag. Kann dagegen in jeder Folgeperiode ein neuer Fördervertrag abgeschlossen werden, so ergibt sich $EW = 53,73$. Dies entspricht einem Plus von $9,7\%$ gegenüber der reinen langfristigen Strategie.

Die betrachteten gemischten Strategien können also sowohl im Fall der Einmalzahlung zu Beginn des Betrachtungszeitraums als auch bei laufenden Zahlungen zu einem höheren Endwert führen als eine reine langfristige Strategie. Dabei kommt neben den ex ante gegebenen Zinssätzen i_k^0 , i_l^0 und i_F^0 vor allem der Erwartung des Anlegers bzgl. der Zinsentwicklung eine zentrale Bedeutung zu.

Zinsprognosen können dem Anleger Anhaltspunkte für seine Anlageentscheidung mit möglichen gemischten Strategien liefern. Dennoch zeigt sich, „dass eine Zinsprognose sowohl den Charakter einer ‚objektiven‘ Wissenschaft als auch einer Kunst besitzt“ [Junius / Wächter / Zimmermann 2004, S. 17] und dass sie stark von der Urteilsbildung sowie den subjektiven Einschätzungen der sie erstellenden Analysten geprägt ist.

3. Fazit mit Ausblick

Ausgehend von einer einmaligen Nettozahlung zu Beginn des Betrachtungszeitraums wurde in der Untersuchung gezeigt, unter welchen Umständen gemischte Anlagestrategien mit wiederholten einperiodigen Anlagen und dem anschließenden Abschluss eines Fördervertrags gegenüber eines sofort abgeschlossen Fördervertrags zur Altersvorsorge vorteilhaft sein können. Der optimale Zeitpunkt wurde bestimmt, in dem von den kurzfristigen Anlagen in einen langfristigen Fördervertrag gewechselt werden sollte.

Jedoch setzt sich der Anleger für den Zeitraum des Hinauszögerns des Abschlusses eines Fördervertrags zunächst der Ungewissheit der tatsächlich eintretenden Zinsentwicklung aus, die basierend auf der Erwartung steigender Zinsen gerade genutzt werden könnte, um durch das Verzögern des Abschlusses des Fördervertrags eine höhere Rendite als bei sofortigem Abschluss zu erzielen. Es zeigt sich, dass eine derartige Strategie neben der Möglichkeit fallender Zinsen auch das Problem mit sich bringt, dass ein Wechsel der Anlageform zum falschen Zeitpunkt trotz steigender Zinsen zu einem nachteiligen Ergebnis führen kann. Daher wurde im nächsten Schritt die für die Vorteilhaftigkeit ge-

mischter Strategien mindestens benötigte Zinssteigerung bestimmt. Diese Indifferenzzinsentwicklung ist insbesondere bei kurzfristigen Betrachtungen von Interesse, da so abgeschätzt werden kann, ab welcher Zinserwartung eine gemischte Strategie vorteilhaft sein kann. Zusätzlich kann die Indifferenzzinsentwicklung identifiziert werden, bei der sichergestellt ist, dass mit einem Wechsel im falschen Zeitpunkt zumindest kein geringerer Endwert als mit einer reinen langfristigen Strategie generiert wird.

Wie das eingangs berechnete Beispiel der einmaligen Anlage von 1.000 EUR zeigt, können auch kurzfristige Erwartungen und Strategien zu einem höheren akkumulierten Kapital zum Ende der Ansparphase führen. Dies gilt insbesondere dann, wenn die Erträge aus den kurzfristigen Anlagen aufgrund des bestehenden Freibetrags nicht steuerpflichtig sind, wie dies z. B. bei Berufseinsteigern häufig der Fall ist. Dennoch sollte eine Entscheidung im Bereich der Altersvorsorge, dem eher langfristigen Kontext angemessen, auf längerfristigen Erwartungen basieren. Wie gezeigt, ist es dabei nicht entscheidend, ob die heutige Zinserwartung des Anlegers wirklich bis zum Ende der Ansparphase eintritt. Vielmehr sollte der ermittelte optimale Wechselzeitpunkt der Anlageform als wichtiger Referenzpunkt dienen. Erscheint die zum Betrachtungszeitpunkt erwartete Zinsentwicklung auch in Bezug auf diesen Referenzpunkt nicht realistisch, so ist eine Anpassung der Zinsprognose mit erneuter Bestimmung des optimalen Wechselzeitpunkts oder ein vorheriger Wechsel der Anlageform in Betracht zu ziehen. Letzterer ist eher auf kurz- oder mittelfristige Zinsprognosen zu stützen, die jedoch empirisch belegt nur bedingt verlässlich sind. Eine Strategie des „Abwartens“ verschlechtert somit immer auch die Risikoposition und ist deshalb nie dominant.

Das vorgestellte Modell trägt zur Ergänzung der Altersvorsorgeberatung im ganzheitlichen Finanzplanungskontext bei. Es erlaubt, ausgehend von ex ante gegebenen Größen, optimale Investitionszeitpunkte zu bestimmen. Darüber hinaus können Indifferenzpunkte bzgl. der Zinsentwicklung identifiziert werden, für die ein Aufschub des Vertragsabschlusses eines langfristigen Fördervertrags vorteilhaft sein kann. Die Ergebnisse und Szenarioanalysen können als Komponente des eingangs erwähnten Marktmodells einfach in bestehende Finanzplanungssysteme mit Empfehlungs- bzw. Lösungsgenerierungsfunktionalität übernommen werden. Finanzdienstleister können sich mit einer solchen qualitativ höherwertigen Beratung Wettbewerbsvorteile im derzeit qualitativ nur mittelmäßig bedienten Privatkundengeschäft²⁹ verschaffen und langfristig profitieren.

Es bleibt zu untersuchen, inwieweit sich durch Verwendung kurzfristiger Anlagezeiträume von mehr als nur einer Periode weitere Optimierungspotenziale ergeben. Bei den unterschiedlichen kurzfristigen Zinssätzen zeigen sich zum Teil deutliche Steigerungen – erkennbar an dem meist stärkeren Anstieg einer normalen Zinsstrukturkurve im kurzfristigen Zinsbereich³⁰. Es stellt sich daher die Frage, inwieweit eine Kombination von solchen mehrperiodigen bzw. auch mittelfristigen Anlagen unter Berücksichtigung der dadurch eingeschränkten Wechselmöglichkeiten zu einem höheren Endwert führen kann. Weiter besteht die Möglichkeit, existierende statistische Prognosemodelle zur Erfassung

²⁹ Vgl. SZ vom 14.06.07, Nr. 134, Seite 34: „Schlechtes Zeugnis für deutsche Banken“.

³⁰ Vgl. z. B. die tägliche Zinsstruktur am Rentenmarkt im April 2006, abrufbar unter http://www.bundesbank.de/download/statistik/stat_zinsstruktur.pdf, 01.05.07.

des Zinsrisikos in das vorgestellte Modell und die resultierende Diskussion mit einzubeziehen [Hess 1995].

Literatur

Anker, Peter (1993): Zinsstruktur und Zinsprognose: Theoretische Beziehungen und empirische Evidenzen für die Bundesrepublik Deutschland. Pfaffenweiler.

Bamberg, Günter / Coenenberg, Adolf G. (2004): Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre. München.

Bartlitz, Torsten (2005): Private Altersvorsorge – Handlungsbedarf für Angestellte und Selbständige vor dem Jahresende?. In: Betriebsberater, S. 2403-2408.

Campbell, John. Y. / Shiller, Robert J. (1991): Yield spreads and interest rate movements: A bird's eye view. In: The Review of Economic Studies, Nr. 3, S. 495-514.

Dorfleitner, Gregor (2002): Stetige versus diskrete Renditen – Überlegungen zur richtigen Verwendung beider Begriffe in Theorie und Praxis. In: Kredit und Kapital, Nr. 2, S. 216-241.

Egeler, Werner (2003): Die Bedeutung von Strategie und Taktik in der Vermögensberatung. In: Kraus, Peter J. (Hrsg.): Neue Kunden mit Financial Planning. Wiesbaden, S. 33-68.

Farkas-Richling, Dirk / Staab, Wolfgang (2003): Private Finanzplanung, Vermögensanlage und Steuern. Stuttgart.

Fischer, Hans-Jörg / Hoberg, Peter (2005): Die „Rürup-Rente“: Wen begünstigt sie wirklich? – Die Besteuerung von Renten nach dem Alterseinkünftegesetz. In: Der Betrieb, Nr. 24, S. 1285-1288.

Geiermann, Holm / Manderfeld, Matthias (2004): Die Besteuerung von Alterseinkünften nach dem Altersvermögens- und Alterseinkünftegesetz. Köln.

Hess, Dieter E. (1995): Die Dynamik der Zinsstruktur: Modelle zur Erfassung des Zinsrisikos und deren Schätzung. Wiesbaden.

Junius, Karsten / Wächter, Jens-Uwe / Zimmermann, Guido (2004): Ansätze zur Zinsprognose. In: Konjunktur – Zinsen – Währungen, Nr. 2, S. 10-17.

Kruschev, Wesselin (1999): Private Finanzplanung: Die neue Dienstleistung für anspruchsvolle Anleger. Wiesbaden.

Levin, Frank (1996): Die Erwartungstheorie der Zinsstruktur: eine empirische Untersuchung für die Bundesrepublik Deutschland im Zeitraum von 1974 bis 1988. Frankfurt am Main.

Preißer, Michael / Sieben, Stefan (2005): Alterseinkünftegesetz: Die Neuordnung der Besteuerung von Altersvorsorgeaufwendungen und Alterseinkünften. Freiburg.

Steiner, Manfred / Bruns, Christoph (2000): Wertpapiermanagement. Stuttgart.