



Universität Augsburg  
Prof. Dr. Hans Ulrich Buhl  
Kernkompetenzzentrum  
Finanz- & Informationsmanagement  
Lehrstuhl für BWL, Wirtschaftsinformatik,  
Informations- & Finanzmanagement

**UNIA**  
Universität  
Augsburg  
University

Diskussionspapier WI-37

## Value-at-Risk - Orientierungshilfen für die Wahl eines internen Modells

von

Christoph Brandt, Stefan Klein

Juli 1997

in: Finanzmarkt & Portfolio Management, 12, 3, 1998, S.304-316

# Value-at-Risk - Orientierungshilfen für die Wahl eines internen Modells

Christoph Brandt und Stefan P. Klein\*

\*Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre mit Schwerpunkt Wirtschaftsinformatik, Universität Augsburg, 86135 Augsburg. Die Autoren danken Herrn Prof. Dr. Hans Ulrich Buhl, Herrn Frank Uwe Burkhardt von der C&L Unternehmensberatung sowie Herrn Hubert Späth von der SAP AG für die tatkräftige Unterstützung dieses Projekts sowie den anonymen Gutachtern für fruchtbare Anregungen und wertvolle Verbesserungshinweise.

## 1. Einleitung

Der Value-at-Risk (VaR) als Risikomaß für Bankgeschäfte hat in der Praxis der internen Risikosteuerung weitreichende Beachtung gefunden.[1] Zur Bestimmung des VaR finden sich in der Literatur unterschiedliche Verfahren, von denen derzeit die sogenannte "Historische Simulation" sowie der "Varianz-Kovarianz-Ansatz" am häufigsten zum Einsatz kommen. Im Modul *Risk-Management* der Branchenlösung "Banking" der SAP AG wurden das Grundmodell des "Varianz-Kovarianz-Ansatzes" sowie der "Historischen Simulation" in drei Varianten zur Bestimmung des VaR aus der gewonnenen Stichprobe implementiert. Diese stehen den Banken zum Einsatz in der Risikomessung und -steuerung zur Verfügung.

Die im SAP-System implementierten Verfahren basieren auf differierenden Annahmen und weisen unterschiedliche Vor- und Nachteile bezüglich Anwendbarkeit, Rechenaufwand, benötigtem Datenmaterial und Komplexität auf. Aufgrund der unterschiedlichen Vorgehensweisen der Methoden lassen sich auf analytischem Wege zwar Vorhersagen bzgl. der Eigenschaften der Verfahren ableiten. Es finden sich in der Literatur jedoch nur wenige empirische Vergleiche (vgl. z.B. BEDER (1995)), die Aussagen sowohl über die absolute Höhe als auch über das Verhalten der VaR-Kennziffern für größere Portfolios in unterschiedlichen Marktsituationen treffen. Im Rahmen der Entscheidung für eines der Modelle in der Praxis sind derartige Erkenntnisse jedoch von höchstem Interesse.

Um eine integrierte Analyse der im SAP-Modul angewendeten Verfahren vornehmen zu können, wurde in einem Kooperationsprojekt der SAP AG mit dem Lehrstuhl für BWL-Wirtschaftsinformatik an der Universität Augsburg, der C&L Unternehmensberatung sowie der Landesbank Rheinland-Pfalz ein Simulationswerkzeug entwickelt.[2] Dieses Werkzeug ermöglicht Simulationen des VaR nach den vier von der SAP implementierten Modellen für ein vom Benutzer festzulegendes Bankportfolio über einen beliebigen Zeitraum. Für die Simulationsläufe können zahlreiche Stellgrößen wie Haltedauer, Konfidenzniveau oder die Teilmenge der Risikofaktoren, für die das Risiko ausgewiesen werden soll, modifiziert werden.

Im Rahmen des Kooperationsprojekts wurden mit Hilfe dieses Werkzeugs Simulationsrechnungen für verschiedene Musterportfolios durchgeführt. Die wichtigsten Ergebnisse zweier dieser Simulationen sollen im folgenden vorgestellt werden. Beide Simulationen beziehen sich auf ein repräsentatives Gesamtbankportfolio. Die Parameterwahl orientiert sich dabei an den aufsichtsrechtlichen Forderungen.

Die weitere Arbeit gliedert sich wie folgt. In Abschnitt 2 werden zunächst die vier von der SAP und in der Studie verwendeten Verfahren zur Ermittlung des VaR kurz erläutert. Daran schließt sich in Abschnitt 3 die Schilderung des mit den Pilotbanken entwickelten Musterportfolios sowie der Datenbasis an. Abschnitt 4 diskutiert die Ergebnisse der Simulationsstudie. Die Erkenntnisse der Simulationsläufe lassen wichtige Schlußfolgerungen für den Praxiseinsatz der unterschiedlichen Verfahren zu. Deswegen sollen am Ende des Beitrags in Abschnitt 5 die verschiedenen Verfahren hinsichtlich eines Praxiseinsatzes bewertet werden. Abschnitt 6 schließt mit einer Zusammenfassung.

## 2. Value-at-Risk Verfahren

### 2.1 Varianz-Kovarianz-Ansatz

Der Varianz-Kovarianz-Ansatz (häufig auch als Delta-Normal-Ansatz bezeichnet) stellt eine analytische Methode zur Ermittlung des VaR dar, die auf die Ergebnisse der Portfolio-Selection-Theorie (vgl. MARKOWITZ (1952)) aufbaut. In einem ersten Schritt werden bei diesem Ansatz die relativen Änderungen der einzelnen Risikofaktoren (bspw. der Zinssatz an einer Stützstelle der Zinskurve) im historischen Zeitraum ermittelt. Unter der Annahme, daß diese Änderungen normalverteilt sind, werden daraus die Parameter einer Normalverteilung für jeden Risikofaktor geschätzt. Unter der weiteren Annahme, daß die Marktwerte der bewerteten Finanzinstrumente eines Portfolios linear auf die Marktpreisänderungen reagieren (Delta-Ansatz), überträgt sich die Eigenschaft der Normalverteilung auch auf die Änderung des Portfoliowerts (Normal-Ansatz). Aus den so spezifizierten einzelnen Verteilungen der Risikofaktoren werden die Verteilungen der Portfoliowertänderungen hergeleitet, die bei der Änderung jeweils eines Risikofaktors anzunehmen sind. Für die Bestimmung des VaR des Portfolios sind danach die Korrelationen zwischen den einzelnen Risikofaktoren zu berücksichtigen, da sich die Risikofaktoren wechselseitig beeinflussen und sich so Gewinne und Verluste der von den jeweiligen Risikofaktoren abhängigen Positionen akkumulieren oder gegenseitig aufheben können. Der Value-at-Risk läßt sich dann als Quantil entsprechend des Konfidenzniveaus aus den Normalverteilungen entnehmen.[3]

### 2.2 Historische Simulationsverfahren

Historische Simulationsverfahren basieren auf einer Stichprobe von simulierten Gewinnen und Verlusten, die sich aus der Anwendung von historischen Marktpreisänderungen auf das aktuelle Portfolio ergibt. Für die Bestimmung des VaR aus dieser Stichprobe lassen sich drei alternativ einsetzbare Teilverfahren unterscheiden. Alle drei Verfahren beruhen auf der zunächst ermittelten Verteilung der potentiellen Wertänderungen, aus der dann der VaR entnommen wird.[4]

#### *Basisansatz: Ermittlung der simulierten Gewinne und Verluste*

Zur Ermittlung der Basisverteilung der potentiellen Wertänderungen betrachtet man die relativen Änderungen der Risikofaktoren über einen bestimmten historischen Zeitraum. Man nimmt nun an, daß diese in der Vergangenheit beobachteten Änderungen auch gute Prognosen für mögliche zukünftige Entwicklungen liefern. Zunächst werden für jeden Tag des historischen Zeitraums die relativen Änderungen der Risikofaktoren über die angenommene Haltedauer ermittelt. Durch Modifikation der aktuellen preisbildenden Faktoren mit diesen relativen Änderungen wird für jeden Tag der Historie ein mögliches Szenario der Preisparameter aufgebaut. Das bestehende Portfolio wird mit diesen Szenarien bewertet. Ein jeweiliger Vergleich mit der aktuellen "Mark to Market"-Bewertung des Portfolios führt für jedes Szenario zu einem potentiellen Gewinn oder Verlust des Portfolios. Aus der Gesamtheit dieser simulierten Wertänderungen ergibt sich die empirische Verteilung der zukünftigen Gewinne und Verluste, die sog. *Simulierte Verteilung*, indem die simulierten Werte der Höhe nach geordnet werden.

#### *Historische Simulation*

Für die erste Alternative wird der VaR direkt als Quantil dieser *Simulierten Verteilung* angenommen. Bei einem historischen Betrachtungszeitraum von 200 Tagen bedeutet dies beispielsweise, daß der aktuelle Marktwert des Portfolios mit 200 aus Szenarien resultierenden Marktwerten verglichen wird und jede dieser potentiellen Wertänderungen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5% in die *Simulierte Verteilung* eingeht. Bei einem einseitigen Konfidenzniveau von 95% ist der VaR demnach der elftkleinste simulierte Wert der Stichprobe.

### *Symmetrische Simulation*

Ein häufig geäußertes Vorwurf gegenüber der Historischen Simulation ist das Versagen dieses Ansatzes bei Trends in der Entwicklung der historischen Marktpreisänderungen. Treten bspw. nur positive Marktpreisänderungen auf, verursachen diese bei einem entsprechend strukturierten Portfolio nur simulierte Gewinne. Potentielle Verluste werden nicht antizipiert. Die zweite Alternative zur Ermittlung des VaR geht deswegen von der Überlegung aus, daß die beobachteten Änderungen der Risikofaktoren der Vergangenheit genauso gut in der entgegengesetzten Richtung hätten auftreten können. Man nimmt daher für jeden ermittelten Gewinn zusätzlich einen gleichhohen Verlust in die Verteilung der zukünftigen Wertänderungen auf -und umgekehrt, wobei als zusätzliche Annahme ein lineares Preisverhalten des Portfolios unterstellt wird. Die bisher verwendete *Simulierte Verteilung* wird also durch diese Interpretation in eine Verteilung überführt, die die doppelte Anzahl von Portfoliowertänderungen aufweist. Diese Verteilung ist symmetrisch um einen Erwartungswert von null und wird als *Symmetrische Verteilung* bezeichnet. Aus dem obigen Beispiel ergäben sich 400 Gewinne und Verluste jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,25%. Bezogen auf das Beispiel des einseitigen 95% Konfidenzniveaus ist dann der 21 kleinste simulierte Wert als VaR auszuweisen.

### *Parametrische Simulation*

Für diese dritte Verfahrensalternative stellt die *Symmetrische Verteilung* die Ausgangsbasis dar. Die ermittelten Wertänderungen werden nun als Stichprobe aus einer in ihrer Grundgesamtheit normalverteilten Zufallsgröße betrachtet. Aus dieser wird die Standardabweichung der zugrundeliegenden Verteilung geschätzt. Die im Rahmen dieser Alternative entwickelte Verteilung für die Portfoliowertänderungen wird als *Parametrisierte Verteilung* bezeichnet. Im Beispiel wäre aus den vorliegenden 400 Wertänderungen die Standardabweichung zu errechnen und mit dem Konfidenzfaktor 1.65 zu multiplizieren, um aus dieser den VaR ermitteln zu können.

## **3. Musterportfolio und Datenbasis**

Um Erkenntnisse für den Einsatz der Verfahren im praktischen Risikocontrolling der Banken gewinnen zu können, wurde in enger Kooperation mit Pilotbanken der SAP ein repräsentatives Gesamtbankportfolio für die Simulation zusammengestellt. Aufgrund der hohen Bedeutung des Zinsrisikos im Risikomanagement der beteiligten Banken wurden hauptsächlich zinsrisikobehaftete Positionen mit Restlaufzeiten bis zu zehn Jahren in das Musterportfolio aufgenommen. Das Schwergewicht des Portfolios lag auf bilanziellen Geschäften - insbesondere Schuldscheindarlehen, Bankschuldverschreibungen und Floating Rate Notes - sowie auf den außerbilanziellen Produkten Zins-Swap und Währungs-Swap. Die "Mark to Market"-Bewertung dieser Produkte erfolgte durch Abzinsung der aus den Produkten resultierenden Cash-Flows. Zudem wurden in geringerem Maße auch Caps in das Portfolio aufgenommen. Diese wurden mittels des Optionspreismodells von BLACK (s. HULL (1989)) bewertet. Insgesamt handelte es sich um ein relativ gehedgtes Portfolio mit aufeinander abgestimmten Positionen sowie nur geringem Optionscharakter.

Die Komposition des Portfolios erfolgte entsprechend der Marktsituation Anfang 1996 und den damaligen Zinserwartungen der Pilotbanken: Nach dem Zinsanstieg im Jahre 1994 herrschte bis zu diesem Zeitpunkt ein fallender Zinstrend. Der Zinsanstieg zu Beginn des Jahres 1996 wurde lediglich als Korrekturbewegung angesehen, der Zinssenkungsprozeß als weiterhin intakt eingestuft. Die strategische Portfolioausrichtung erfolgte dementsprechend durch die Bildung von Aktivüberhängen. In den längeren Laufzeiten wurden dagegen die Aktivüberhänge eher zurückgenommen oder sogar Passivüberhänge erzeugt, weil mittelfristig eine Änderung des Trends vermutet wurde.

Für die Simulationsrechnungen wurde von den Pilotbanken eine Historie von Marktdaten zur

Verfügung gestellt. Aus diesen wurden zur Bewertung der aus den Geschäften fließenden Cash-Flows durchgehende Zinskurven mit insgesamt neun Stützstellen aufgebaut. Die Stützstellen dieser Kurven im überjährigen Bereich bilden die Swapzinssätze (Mid-Market-Sätze) für 2, 3, 4, 5, 7 und 10 Jahre. Im unterjährigen Bereich bilden die Geldmarktsätze LIBOR für 3, 6 und 12 Monate die Stützstellen der Zinskurven. Bei den bereitgestellten Swapzinssätzen handelte es sich um Par-Coupon-Zinssätze, aus denen entsprechende Zero-Coupon-Zinssätze abgeleitet wurden. Diese Zero-Coupon-Zinssätze stellen die Risikofaktoren dar, deren Änderungen als Ursache für Wertschwankungen des Portfolios betrachtet wurden.[5] Als Datengrundlage für den Varianz-Kovarianz-Ansatz wurden Volatilitäten und Korrelationen aller Risikofaktoren aus den historischen Zeitreihen geschätzt, wobei alle Daten der Zeitreihen gleichgewichtet wurden.

Die Daten für die Zinskurven lagen vom 19.06.92 bis zum 09.02.96 für sämtliche Handelstage vor. Abbildung 1) zeigt die verwendeten Zinskurven.

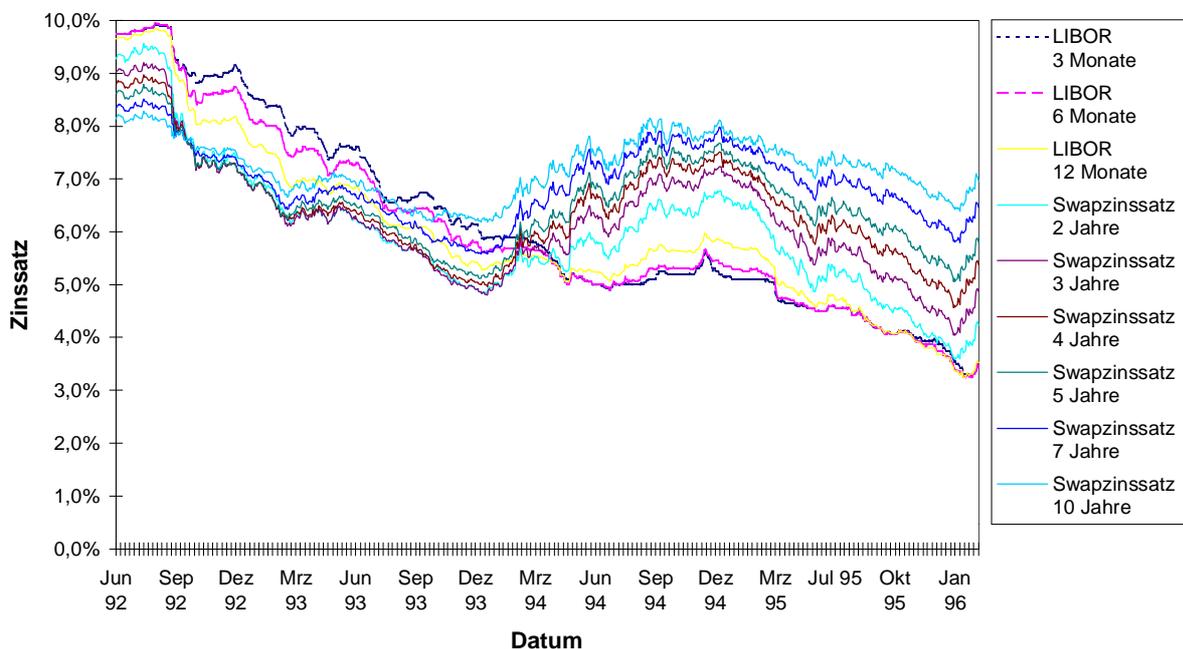


Abbildung 1) DM-Zinsverlauf im Simulationszeitraum

Da in den historischen Zinsdaten längere Abschnitte sowohl mit Aufwärts- wie auch Abwärtsbewegungen auftraten, kann der hier verwendete Zeitraum als gut geeignet angesehen werden, um Aussagen über die VaR-Entwicklung für verschiedene Zinssituationen treffen zu können.

#### 4. Ergebnisse der Simulationsläufe

Die hier präsentierten Simulationsläufe konzentrierten sich entsprechend der Zusammensetzung des Portfolios auf das dominierende Zinsrisiko. Der erste Simulationslauf (Simulation I) orientiert sich an den vom Basler Ausschuss für Bankenaufsicht geforderten Parametern (Konfidenzniveau 99%, Haltedauer 10 Tage, historischer Zeitraum 250 Tagen). Für einen weiteren Simulationslauf (Simulation II) wurde bei sonst gleichen Simulationsparametern eine Haltedauer von nur einem Tag (overnight) angenommen. Diese Wahl einer Haltedauer von einem Tag ist für die Praxis deshalb interessant, weil sie zum einen oft Ausgangspunkt bankinterner Risikoschätzungen ist (vgl. HAGEN/JAKOBS (1995), S.666.), zum anderen ist den Banken gemäß den Basler Richtlinien erlaubt, VaR-Kennziffern, die unter Annahme einer Haltedauer von einem Tag errechnet wurden, durch Multiplikation mit  $\sqrt{10}$  in VaR-Kennziffern gemäß einer Haltedauer von 10 Tagen zu

transformieren.[6] In beiden Simulationsläufen wurden die VaR-Kennziffern nach den geschilderten Verfahren über den Zeitraum vom 30.06.93 bis zum 09.02.96 berechnet.

#### 4.1 Simulation I

Die VaR-Werte für jeden einzelnen Simulationstag sowie die tatsächlichen Verluste des Portfolios über die Haltedauer für Simulation I sind in Abbildung 2) dargestellt. Für eine detailliertere Darstellung im Verlustbereich wurden die tatsächlich entstandenen Gewinne in allen Abbildungen weggelassen. Die per Definition positiven VaR-Kennziffern wurden zudem mit negativem Vorzeichen versehen, um eine bessere Vergleichbarkeit mit den tatsächlich entstandenen Verlusten herzustellen. Die Buchstaben korrespondieren mit den nachfolgenden Absätzen.

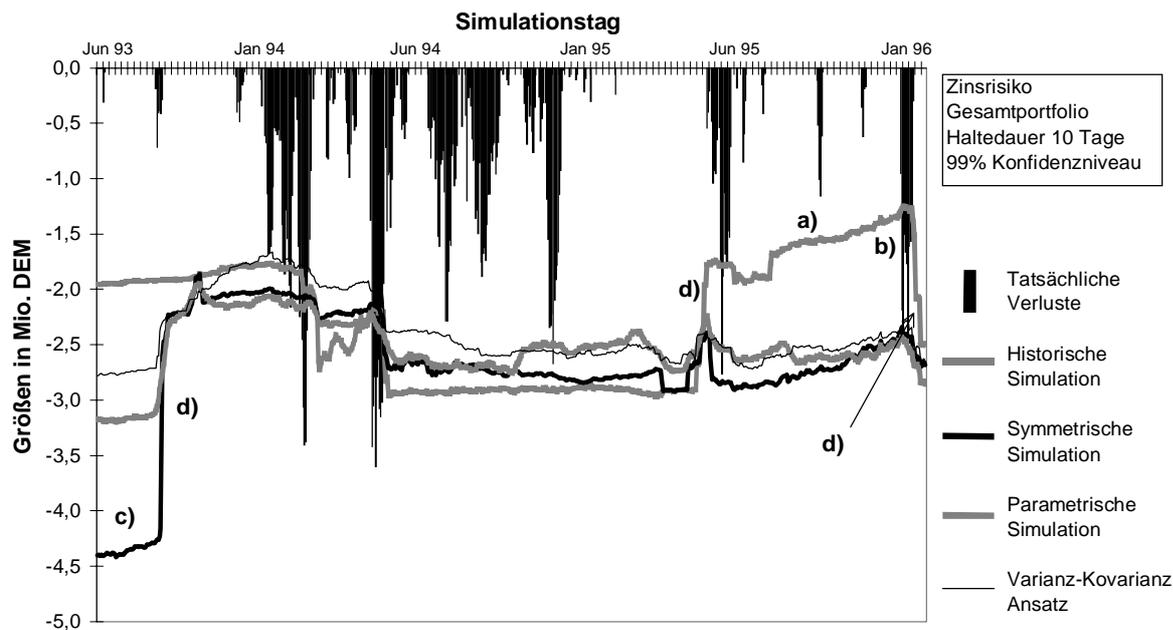


Abbildung 2) VaR-Kennziffern und tatsächliche Portfolioverluste für die Haltedauer 10 Tage

Die tatsächlichen Verluste überschreiten in dieser Simulation nur selten die VaR-Kennziffern. Die Überschreitung des VaR an einigen Tagen ist zu erwarten, da nach Definition der Kennzahl in 1% der Fälle auch höhere Verluste auftreten werden.[7] Bei den Verfahren zeigen sich jedoch deutliche Unterschiede in Bezug auf Verlauf und Höhe der erzeugten Kennziffern.

##### *Probleme beim Einsatz der Historischen sowie der Symmetrischen Simulation*

a) *Abhängigkeit vom Zinstrend* Die VaR-Werte nach der Historischen Simulation liegen in der Zeit zwischen Mitte 1995 und Anfang 1996 weit unterhalb derer der anderen Verfahren. So liegt im Zeitraum 23.05.95 - 29.01.96 der durchschnittliche VaR der Historischen Simulation um mehr als 36% unter dem Durchschnitt der VaR-Kennziffern nach Varianz-Kovarianz-Ansatz. Die Ursache liegt in dem sehr gleichmäßigen, fallenden Zinstrend, der ab Anfang 1995 herrschte. Über die Haltedauer von 10 Tagen sind fast ausschließlich negative Zinssatzänderungen zu beobachten. Diese werden bei der Historischen Simulation in die Zukunft projiziert. Da das Musterportfolio auf ein Fallen der Zinsen ausgerichtet ist, werden für mögliche künftige Wertänderungen fast nur Gewinne und entsprechend wenige und nur geringe Verluste ermittelt. Für den VaR nach Historischer Simulation sind aber gerade letztere von Bedeutung, da die extremen Verluste den VaR bestimmen. Für die Verfahren der Symmetrischen und Parametrischen Simulation ist eine Abhängigkeit vom Zinstrend nicht zu beobachten, denn diese kalkulieren bei Ermittlung des VaR immer auch die simulierten Gewinne als mögliche künftige Verluste mit ein. Ebenso wird der Varianz-Kovarianz-Ansatz nicht durch Trends beeinflusst, da diese im hier angewendeten Modell gezielt eliminiert werden.

b) *Fehleinschätzung bei Trendwenden* Anfang 1996 wird das Risiko durch die Historische Simulation weit unterschätzt. Der ermittelte VaR wird in diesem Zeitraum mehrfach und massiv überschritten. Diese Fehleinschätzung ist eine Folge der Abhängigkeit des Verfahrens vom Zinstrend. Als es Anfang 1996 zu einer Korrekturbewegung der Zinsen kommt, zeigt sich das wahre Verlustpotential des Portfolios. Erst mit Verzögerung reagiert die Kennziffer und steigt wieder stark an. Die drei anderen Verfahren schätzen das Risiko in diesem Zeitraum wesentlich besser ein.

c) *Überhöhte VaR-Schätzung* Im Sommer 1993 liegen die VaR-Kennziffern der Symmetrischen Simulation auf extrem hohem Niveau. So liegen die durchschnittlichen Kennziffern der Symmetrischen Simulation im Zeitraum 30.06.93 - 15.09.93 um über 56% höher als beim Varianz-Kovarianz-Ansatz und sogar um 118% höher als bei der Historischen Simulation. Verantwortlich hierfür ist ein starkes Abfallen der Zinssätze um den 10.09.92. Die Szenarien, die im Rahmen des Basisansatzes aus diesen beträchtlichen negativen Zinssatzänderungen generiert werden, führen zu einigen sehr hohen simulierten Gewinnen des Musterportfolios. Da beim symmetrisierten Verfahren jeder Gewinn auch als ebenso hoher Verlust in die Verteilung der denkbaren Portfoliowertänderungen aufgenommen wird, sind in dieser Verteilung einige beträchtliche Verluste enthalten. Gerade diese extremen Verluste sind ursächlich für die hohen VaR-Kennziffern. Beim Varianz-Kovarianz-Ansatz und bei der parametrisierten Variante wirken sich solche Extreme auf Grund der Verteilungsannahmen in wesentlich geringerem Maße aus.

d) *Abrupte Änderungen der VaR-Kennziffern* Etwa Mitte September 1993 fällt der VaR der Symmetrischen Simulation von seinem bis dahin sehr hohen Niveau abrupt auf etwa die Hälfte ab. Die Ursache hierfür ist, daß die Zinssatzänderungen, welche vorher die hohen VaR-Kennziffern bewirkt hatten, nun nicht mehr Teil des zugrunde gelegten historischen Zeitraums sind. Genauso abrupt wie die VaR-Kennziffern hier abfallen, sind sie freilich auch damals angestiegen, als die beträchtlichen Zinssatzänderungen im September 1992 auftraten. Auch bei Historischen Simulation sind solche sprunghaften Änderungen möglich, wie die Entwicklung der VaR-Kennziffern Mitte 1995 bzw. Anfang 1996 zeigt. Bei Varianz-Kovarianz-Ansatz und Parametrischer Simulation sind derartig bedingte abrupte Änderungen nicht zu erwarten, da sich durch die Modellierung der Portfoliowertänderungen als Normalverteilung die äußeren Enden dieser Verteilungen beim Auftreten oder Ausscheiden extremer Zinssatzänderungen nicht so drastisch verändern.

#### *Eigenschaften von Varianz-Kovarianz-Ansatz und Parametrischer Simulation*

*Geglätteter Verlauf* Im Vergleich zum Verlauf der VaR-Kennziffern nach der Historischen und der Symmetrischen Simulation, die insbesondere am Anfang und am Ende des Simulationszeitraums große Sprünge aufweisen, verläuft die Entwicklung der Kennziffern nach Varianz-Kovarianz-Ansatz und der Parametrischen Simulation wesentlich geglätteter. Dementsprechend ergibt sich hier im Zeitablauf eine konstantere Eigenkapitalunterlegung als den anderen beiden Verfahren.

*Vermeidung von Extremwerten* Varianz-Kovarianz-Ansatz und Parametrische Simulation vermeiden durch ihre Konzeption extrem hohe und extrem niedrige VaR-Werte. Zudem liegen beide VaR-Kennziffern über weite Teile des Simulationszeitraums auf ähnlichem Niveau.

## **4.2 Simulation II**

Für Simulationslauf II wurde bei sonst gleichen Simulationsparametern eine Haltedauer von nur einem Tag (overnight) angenommen. Abbildung 3) zeigt die entsprechenden VaR-Kennziffern sowie die tatsächlichen Verluste des Portfolios über die Haltedauer.

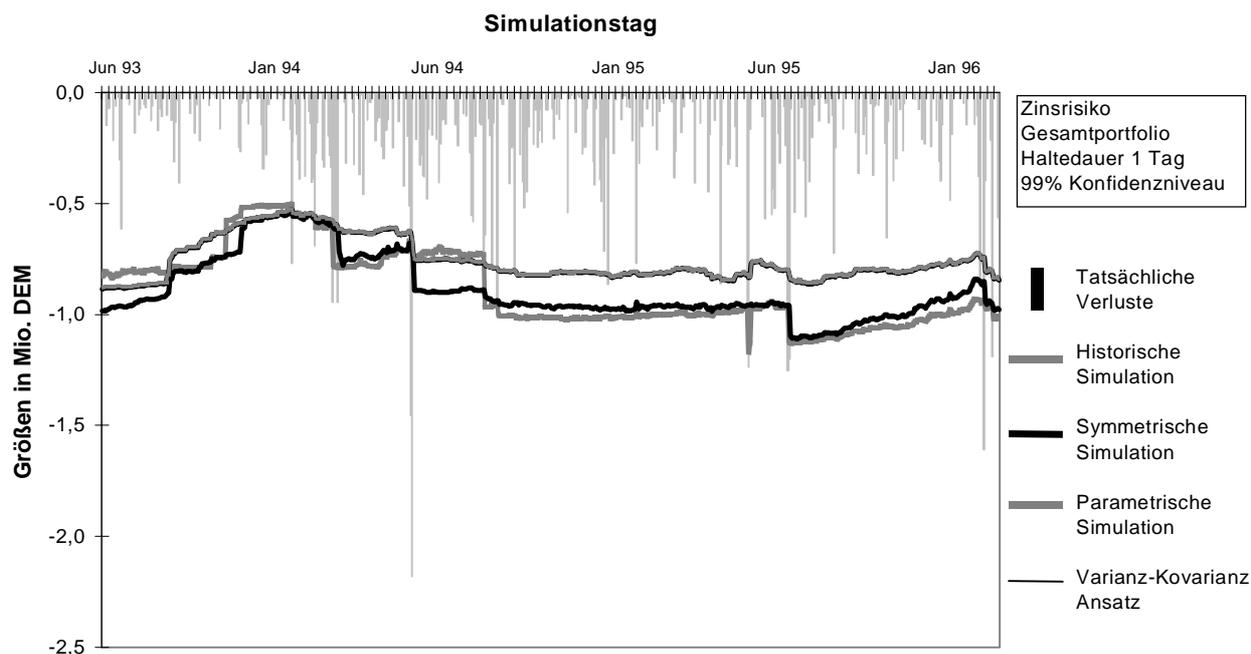


Abbildung 3) VaR-Kennziffern und tatsächliche Portfolioverluste für Haltedauer 1 Tag

Wie schon in Simulation I überschreiten die tatsächlichen Verluste nur selten die VaR-Kennziffern. Unterschiede bezüglich der Höhe der VaR-Kennziffern wirken bei Simulation II weniger drastisch als bei Simulation I. Die VaR-Kennziffern nach der Historischen und der Symmetrischen Simulation liegen im Untersuchungszeitraum jedoch um durchschnittlich 17% höher als die Kennziffern nach Varianz-Kovarianz-Ansatz. Für die Parametrische Simulation und Varianz-Kovarianz-Ansatz läßt sich wieder eine Übereinstimmung feststellen, die weit ausgeprägter ist als in Simulation I.

#### *Übereinstimmung zwischen Parametrischer Simulation und Varianz-Kovarianz-Ansatz*

Neben dem - auch schon in Simulation I festgestellten - weitaus geglätteteren Verlauf der VaR-Kennziffern im Vergleich zu Historischer und Symmetrischer Simulation weisen die Werte nach Varianz-Kovarianz-Ansatz und Parametrischer Simulation mit einem Korrelationskoeffizienten von 0,9997 praktisch identische VaR-Kennziffern aus. Dies war auch in sämtlichen hier nicht präsentierten Simulationen, bei denen eine Haltedauer von einem Tag gewählt worden war, zu beobachten. Die Ursache dieser Erscheinung kann darin gesehen werden, daß bei den Verfahren vergleichbare Annahmen getroffen werden. Insbesondere werden in beiden Modellen Portfoliowertänderungen durch eine Normalverteilung beschrieben. Zudem reagiert das Portfolio bei einer Haltedauer von einem Tag (die Änderungen der Risikofaktoren fallen dann entsprechend klein aus) annähernd linear. Ein weiterer Grund für diese Übereinstimmung liegt sicherlich auch im geringen Optionsanteil des Portfolios. Bei einem höheren Anteil von Optionspositionen wäre eine höhere Abweichung zu erwarten.

Liegt ein Portfolio mit einer solch hohen Korrelation der VaR Werte vor, läßt sich daraus für praktische Zwecke folgern:

1. Bei einer angenommenen Haltedauer von einem Tag können mittels der Parametrischen Simulation VaR-Kennziffern berechnet werden, die den VaR-Werten des Varianz-Kovarianz-Ansatz entsprechen.
2. Beim Varianz-Kovarianz-Ansatz kann als Folge der im Modell getroffenen Annahmen der VaR für eine Haltedauer von zehn Tagen durch die  $\sqrt{10}$ -Regel aus den Overnight-Kennziffern errechnet

werden. Bei einem Korrelationskoeffizienten nahe 1 läßt sich der VaR nach Varianz-Kovarianz-Ansatz für eine Haltedauer von zehn Tagen auch annähern, indem man die VaR-Kennziffern des Parametrischen Verfahrens mit  $\sqrt{10}$  multipliziert. Mit der Parametrischen Simulation lassen sich also VaR-Kennziffern für beliebige Haltedauern bestimmen, die betraglich denen gleichen, welche mittels Varianz-Kovarianz-Ansatz berechnet wurden.

Bei einer solche Übereinstimmung beider Verfahren sind folgende Konsequenzen für ihren praktischen Einsatz denkbar:

- Je nach Datenlage kann das eine oder das andere Verfahren angewandt werden. Mit beiden Methoden lassen sich annähernd identische VaR-Kennziffern ermitteln.
- Banken, die bisher ausschließlich die Historische Simulation verwendet haben, sind in der Lage, mit geringem Aufwand VaR-Kennziffern für beliebige Haltedauern zu errechnen, welche denen des Varianz-Kovarianz-Ansatzes entsprechen.
- Wird im Risikocontrolling der Gesamtbank mit der Historischen Simulation gearbeitet, kann durch geringfügige Modifikation des Verfahrens eine Annäherung an im Handelsbereich ermittelte VaR-Kennziffern erreicht werden, die meist auf Varianz-Kovarianz-Ansätzen beruhen.

#### *Weitere Ergebnisse*

*Keine Abhängigkeiten vom Zinstrend* Im Gegensatz zur Simulation I sind nun für die gemäß einer Haltedauer von einem Tag ermittelten VaR-Kennziffern bei der Historischen Simulation keine Abhängigkeiten von Zinstrends festzustellen. Ein Abfallen der Kennziffern nach diesem Verfahren, wie es bei Simulation I insbesondere im Zeitraum von Mitte 1995 bis Anfang 1996 aufgetreten war, ist nicht mehr zu beobachten. Die Ursache hierfür liegt darin, daß trotz langfristiger Zinstrends in jedem beliebigen Zeitraum immer positive wie negative 1-Tages-Zinssatzänderungen vorzufinden sind. Die simulierte Verteilung der künftigen Portfoliowertänderungen verschiebt sich daher nicht wie bei Simulation I in Abhängigkeit eines Zinstrends in Richtung der Gewinne oder Verluste, sondern setzt sich immer gleichermaßen aus Gewinnen wie Verlusten zusammen.

*Abrupte Änderungen der VaR-Kennziffern* Wie schon bei Simulation I treten auch bei Simulation II abrupte Änderungen der VaR-Kennziffern aus der Historischen sowie der Symmetrischen Simulation auf (vgl. Abbildung 3 beispielsweise Anfang Juli 1995). Das Ausmaß dieser Änderungen ist in Simulation II zwar geringer als in Simulation I, dennoch muß nach Ansicht der Autoren ebenfalls bei Verwendung einer Haltedauer von einem Tag mit großen sprunghaften Änderungen gerechnet werden.

*Transformation der VaR-Kennziffern* Die Korrektheit der Skalierung von VaR-Kennziffern des Varianz-Kovarianz-Ansatzes ist eine Konsequenz der im Modell getroffenen Annahmen. Für aufsichtsrechtliche Zwecke wird es den Banken gestattet sein, auch Overnight-Kennziffern der Historischen Simulation auf eine Haltedauer von 10 Tagen hochzuskalieren. Diese alternative Vorgehensweise kann jedoch zu erheblichen Unterschieden im Risikoausweis führen. Insbesondere für dieses Verfahren können bei einem Vergleich der auf eine Haltedauer von zehn Tagen hochskalierten Werte der Simulation II mit den direkten zehntägigen Werten der Simulation I erhebliche Unterschiede von über 100% festgestellt werden (vgl. Abbildung 4).

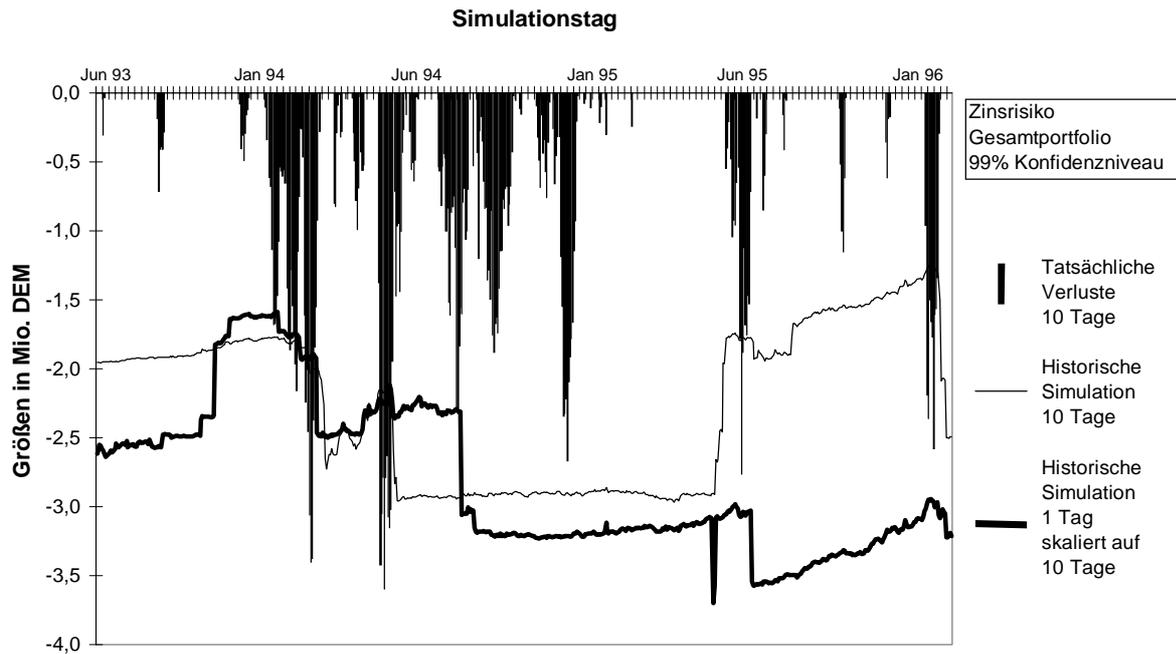


Abbildung 4) VaR-Kennziffern der Historischen Simulation im Vergleich

Die gravierenden Abweichungen im Zeitraum von Mitte 1995 bis Anfang 1996 ist insbesondere auf die oben beschriebene starke Trendabhängigkeit des VaR bei einer Haltedauer von zehn Tagen zurückzuführen, die bei einer Haltedauer von einem Tag nicht festgestellt werden konnte. Zusätzlich sind diese Abweichungen durch Autokorrelationseffekte bedingt. Für die Simulation I mit einer Haltedauer von 10 Tagen wurden überlappende 10 Tagesintervalle gewählt. Daher gehen jeweils 9 Tage des vorgehenden Intervalls in die Bestimmung der nächsten 10 Tage Marktpreisänderung ein. Die Nichtexistenz von Autokorrelationseffekten ist aber gerade eine Annahme, die der Skalierung mit der  $\sqrt{10}$ -Regel zugrunde liegt. Die Wahl zu skalieren oder nicht, ist in diesem Falle also von größter Bedeutung für die aus der Risikoschätzung abgeleitete Eigenkapitalinanspruchnahme.

## 5. Beurteilung der Verfahren

Die hier präsentierten Ergebnisse wurden durch weitere Simulationen mit analoger Parameterwahl bestätigt, bei denen das Musterportfolio auf eine entgegengesetzte Markterwartung (Erwartung steigender Zinsen) angepaßt wurde. Ausgehend von den in den Simulationsrechnungen gefundenen Ergebnissen sollen die verschiedenen VaR-Berechnungsverfahren abschließend vergleichend betrachtet werden.

### Historische Simulation

Wird bei der Anwendung der Historischen Simulation eine Haltedauer von 10 Tagen gewählt, ist für die VaR-Kennziffern eine starke Abhängigkeit von Trends zu erwarten. Hiermit ist generell bei längeren Haltedauern zu rechnen. Aufgrund der damit verbundenen inakkuraten Risikoschätzung vor Trendwenden ist die Anwendung des Verfahrens bei Zugrundelegung längerer Haltedauern als gefährlich einzustufen. Durch eine Ausdehnung des historischen Zeitraums -beispielsweise auf drei oder fünf Jahre- könnte der Problematik eventuell begegnet werden, da bei ausreichender Länge der Historie immer Perioden mit gegensätzlichen Entwicklungen der Marktdaten enthalten sein werden. Ein längerer historischer Zeitraum geht freilich zu Lasten der Berücksichtigung des aktuellen Marktgeschehens. Wählt man eine Haltedauer von nur einem Tag, kann eine Trendabhängigkeit der VaR-Kennziffern nicht mehr festgestellt werden. Mögliche sprunghafte Anstiege der Risikomeßgrößen oder ein Auftreten sehr hoher VaR-Kennziffern über längere Perioden erweisen sich jedoch für den Praxiseinsatz als nachteilig.

### **Symmetrische Simulation**

VaR-Kennziffern nach der Symmetrischen Simulation werden von Trends der Marktdaten nicht beeinflusst. Mit dem Auftreten sehr großer VaR-Kennziffern sowie abrupten Änderungen derselben ist allerdings auch hier zu rechnen. Für einen Einsatz in der Praxis kann das Verfahren deshalb nur bedingt empfohlen werden.

### **Varianz-Kovarianz-Ansatz**

Für das Musterportfolio, das nur einen geringen Anteil von optionalen Instrumenten enthält, zeigten die VaR-Kennziffer nach dem Varianz-Kovarianz-Ansatz einen geglätteten Verlauf. Zusätzliche - hier nicht dargestellte- Simulationsrechnungen zur gezielten Analyse spezifischer Schwachpunkte dieses Verfahrens enthüllten zum einen, daß ein abruptes Ansteigen der VaR-Kennziffern auch beim Varianz-Kovarianz-Ansatz im Falle eines Zusammenbrechens der Korrelationen zwischen den Risikofaktoren denkbar ist. Die Wahrscheinlichkeit eines solchen Anstiegs ist jedoch nach Ansicht der Autoren als gering einzustufen. Zum anderen zeigte sich, daß das Ausmaß einer Fehlschätzungen des Risikos bei Anwendung des Varianz-Kovarianz-Ansatzes auf Portfolios mit stark optionalem Charakter enorm sein kann. So überschritt in einem hier nicht angeführten Simulationslauf der tatsächliche Verlust eines optionslastigen Portfolios den VaR nach Varianz-Kovarianz-Ansatz um mehr als das 100fache. Die bekannte Problematik der Anwendung des Varianz-Kovarianz-Ansatzes auf Portfolios mit größeren Optionsanteilen konnte durch die Ergebnisse der Studie nachhaltig bestätigt werden.

### **Parametrische Simulation**

Die Parametrische Simulation vereint einen geglätteten Verlauf ohne extreme Anstiege der VaR-Werte mit einer Trendunabhängigkeit der ermittelten Kennziffern. Zudem werden die Risiken von Optionspositionen besser berücksichtigt als beim Varianz-Kovarianz-Ansatz. Denn zunächst wird der Nicht-Linearität des Portfolios bei der Ermittlung der potentiellen Wertänderungen durch eine vollständige Neubewertung der Positionen unter den generierten Szenarien Rechnung getragen. Entwickelt man aufgrund dieser tatsächlichen Wertänderungen die der Parametrischen Simulation zu Grunde liegende Normalverteilung, so beschreibt diese die Verteilung der Wertänderung und damit das Risiko unzweifelhaft nicht immer zufriedenstellend. Sie kann jedoch der auf linear angenommenen Wertänderungen basierenden Normalverteilung des Varianz-Kovarianz-Ansatzes durchaus überlegen sein.[8] Im Rahmen der Untersuchungen konnten keine schwerwiegenden Schwachstellen oder für einen Praxiseinsatz ungünstige Eigenheiten des Verfahrens ausgemacht werden. Die Parametrische Simulation kann daher nach Ansicht der Autoren für die Anwendung auf Portfolios, die der Struktur des Musterportfolios ähnlich sind, als relativ am besten geeignet erachtet werden. Zudem entsprechen die Ergebnisse des Verfahrens bei einer Haltedauer von einem Tag denen des Varianz-Kovarianz-Ansatzes. Dies ermöglicht unter bestimmten Bedingungen eine komplementäre Nutzung der Verfahren im Risikocontrolling.

Viele der oben angesprochenen Eigenschaften der Verfahren sind bereits auf theoretischer Ebene identifiziert worden. Im Rahmen der vorliegenden Studie konnten diese Eigenschaften über einen Zeitraum von zweieinhalb Jahren nicht nur - wie in der Literatur z.T. bereits geschildert - für einzelne Produkte, sondern in Bezug auf ein für die Pilotbanken der SAP repräsentatives Gesamtbankportfolio empirisch evaluiert werden. Die Ergebnisse zeigen, daß die Verfahren über längere Zeiträume substantielle Unterschiede in der Höhe des ermittelten VaR aufweisen. Sie machen damit deutlich, wie stark die langfristige Eigenkapitalbindung der Banken vom gewählten internen Modell abhängt. Zudem ergeben sich bei einigen Verfahren Sprünge in den Kennzahlen, die in dieser Höhe analytisch nicht abzuleiten sind. Gerade solche Sprünge sind jedoch beim bankinternen Einsatz der Modelle von großer Bedeutung.

## 6. Zusammenfassung

Die Simulationsrechnungen haben gezeigt, daß alle untersuchten Verfahren grundsätzlich plausible Resultate liefern. Varianz-Kovarianz-Ansatz und Parametrische Simulation erweisen sich aufgrund geringer Schwankungen, Vermeidung extremer VaR-Werte und einer hohen Übereinstimmung als besonders geeignet zum praktischen Einsatz im Risikocontrolling. Historische und Symmetrische Simulation hingegen weisen eine Reihe substantieller Nachteile wie Zinstrendabhängigkeit oder abrupte Sprünge der VaR-Kennziffern auf. Bei Simulationslauf II, bei dem eine Haltedauer von nur einem Tag angenommen wurde, konnte eine Vorgehensweise aufgezeigt werden, die es unter bestimmten Bedingungen erlaubt, mit Hilfe der Parametrischen Simulation VaR-Kennziffern zu berechnen, welche mit den Varianz-Kovarianz-Werten nahezu identisch sind. Auch wurde offenkundig, daß - zumindest bei der Anwendung einzelner Verfahren - die aufsichtsrechtlich erforderliche Eigenkapitalunterlegung beträchtlich schwanken kann, je nachdem, ob eine Haltedauer von 10 Tagen gewählt wird, oder Overnight-VaR-Kennziffern nachträglich auf 10 Tage hochskaliert werden. Die geschilderten Eigenschaften der Verfahren wurden in der Literatur bereits analytisch abgeleitet. Die hier präsentierten Simulationen bestätigen diese Analysen und enthüllen zudem, wie ausgeprägt Unterschiede und Abhängigkeiten zwischen den Verfahren sein können und welches Ausmaß sprunghafte Veränderungen annehmen können.

### Fussnoten

- [1] Der Value-at-Risk wird im weiteren verstanden als der barwertige Verlustbetrag, der innerhalb eines bestimmten künftigen Zeitraums mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird, i.d.R. berechnet mit statistischen Methoden auf Basis historischer Marktdaten.
- [2] Die Landesbank Rheinland-Pfalz ist Pilotbank der SAP Branchenlösung. Die Autoren danken der Landesbank Rheinland-Pfalz für die freundliche Unterstützung dieses Projekts.
- [3] Zur formalen Darstellung dieses Ansatzes und seiner Annahmen vgl. SMITHSON/MINTON (1996), S. 26 f.; SCHULTE-MATTLER/TRABER (1995), S. 124 ff.; ALLEN (1994), S. 25 ff.; DIMSON/MARSH (1995), S. 826 ff.; LEONG (1996), S. 10 ff.; GULDIMAN/LONGERSTAEY (1995); GROSS/KNIPPSCHILD (1995), S. 87 ff.
- [4] Zur formalen Darstellung dieser Verfahren und deren Annahmen vgl. BRANDT (1997) S.16 f.; SMITHSON/MINTON (1996), S. 25 f.; SCHULTE-MATTLER/TRABER (1995), S. 134 f.; GROSS/KNIPPSCHILD (1995), S. 94 f.
- [5] Zur Auswahl der Stützstellen und Berechnung der Zero-Coupon-Zinssätze vgl. EALES (1995), S. 72; BENKE/PIASKOWSKI/SIEVI (1995), S. 121. DATATREYA/FABOZZI (1995), S. 47; BODE/MOHR (1994), S.366 f.
- [6] Zur Wahl der Haltedauer vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT (1996a), S. 45 und (1996b), S. 5. Daneben wurden eine Reihe weiterer Simulationen mit variierten Parametern und Portfolien durchgeführt, deren Präsentation den Rahmen dieses Beitrags sprengen würden. Diese Simulationen zeigen in der Tendenz ähnliche Ergebnisse bezüglich der Eigenschaften der Verfahren. Eine ausführliche Darstellung findet sich in BRANDT (1997).
- [7] Im ersten Halbjahr 1994 treten relativ häufig Verluste auf, die höher sind als die VaR-Kennziffern. In bezug auf die "Accuracy" der Verfahren ist dies jedoch nicht allzu besorgniserregend, da dieser Zeitraum vom Basler Ausschuss für Bankenaufsicht explizit für Krisentests der Modelle nahegelegt wird. Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT (1996a), S. 48.
- [8] Hier nicht präsentierte Simulationsläufe stützen diese Argumentation. Diese zeigten für Portfolien mit stark optionalem Charakter, daß die nach der Parametrischen Simulation errechneten VaR-Kennziffern denen des Varianz-Kovarianz-Ansatzes überlegen sind Vgl. BRANDT (1997), S.116.

## Literatur

- ALLEN, M. (1994): Building a role model, RISK 7. Jg., Nr. 9, S. 25-29.
- BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT (1996a): Änderung der Eigenkapitalvereinbarung zur Einbeziehung der Marktrisiken, Basel.
- BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT (1996b): Überblick über die Änderung der Eigenkapitalvereinbarung zur Einbeziehung der Marktrisiken, Basel.
- BEDER, T. (1995): VAR: Seductive but Dangerous, Financial Analysts Journal, 51.Jg., Nr.5, S. 12-24.
- BENKE H. und PIASKOWSKI, F. und SIEVI, C. (1995): Neues vom Barwertkonzept, Die Bank, 35. Jg., Nr. 2, S. 119-125.
- BODE, M und MOHR, M. (1994): Alles Falsch?, Die Bank, 34.Jg., Nr.6, S. 364-367.
- BRANDT, C. (1997): Interne Modelle im Risikocontrolling der Gesamtbank, Diplomarbeit am Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre mit Schwerpunkt Wirtschaftsinformatik, Universität Augsburg.
- DATTATREYA, R. und FABOZZI, F. (1995): The Risk-Point Method for Measuring and Controlling Yield Curve Risk, Financial Analysts Journal, 51.Jg., Nr. 4, S. 45-54.
- DIMSON, E. und MARSH, P. (1995): Capital Requirements for Securities Firms, The Journal of Finance, 50.Jg., Nr. 3, S. 821-851.
- EALLES, B. (1995): Financial Risk Management, London u.a. .
- GROSS, H. und KNIPPSCHILD, M. (1995): Risikocontrolling in der Deutsche Bank AG, in: Rolfes, B. und Schierenbeck, H. und Schüller, S. (Hrsg.): Risikomanagement in Kreditinstituten, Frankfurt, S. 69-109.
- GULDIMAN, T. und LONGERSTAEY, J. (1995): RiskMetrics™ - Technical Document, 3. Aufl., New York.
- HAGEN, P. und JAKOBS, W. (1995): Risikosteuerung im Eigenhandel, Die Bank, 35. Jg., Nr. 11, S. 664-671.
- HULL, J. (1989): Options, Futures and other derivative Securities, Englewood Cliffs.
- LEONG, K. (1996): The right approach, RISK, 9. Jg., Nr. 6, Beilage Value-At-Risk A RISK SPECIAL SUPPLEMENT, S. 9-14.
- MARKOWITZ, H. (1952): Portfolio Selection, The Journal of Finance, 7. Jg., Nr. 1, S. 77-91.
- SCHULTE-MATTLER, H. und TRABER, U. (1995): Marktrisiko und Eigenkapital, Wiesbaden.
- SMITHSON, C. und MINTON, L. (1996): Value-At-Risk, RISK, 9. Jg., Nr. 1, S. 25-27.